

積層材の含水率変化によって生じる内部応力の解析

椋 代 純 輔

JUNSUKE MUKUDAI

Analysis of internal stress in laminated wood resulting from moisture content change

要旨：ミズナラの板目と柾目のラミナよりなる2プライ積層材について、ラミナの膨潤収縮差による内部応力が有限要素法によって解析された。正方形断面の積層材を構成する2枚のラミナの形状は、長方形または二等辺直角三角形のいずれかとした。含水率5%増加後の応力が弾性的に計算された。長方形のラミナでは、板目側では接着層近辺で接着層に平行な約45 kg/cm²の圧縮の、柾目側では約50 kg/cm²の引張の応力を生じた。接着層に近い端面では、板目側に約50 kg/cm²の接着層に直角な引張の、柾目側では約40 kg/cm²の圧縮の応力を生じた。約20 kg/cm²の最高せん断応力が端面より少し内側で生じた。三角形ラミナでは、接着層近辺の接着層に平行な応力は長方形ラミナの場合と同様であるが、端面での接着層に直角の応力は最高でも10 kg/cm²程度で、最高せん断応力も端面よりかなり内側で約10 kg/cm²を生じたに過ぎなかった。

結 言

膨潤収縮率の異なる木材の板が積層接着されたとき、大気条件の変化に伴う含水率変化のために、接着界面付近とくに端面に近い接着界面付近で高い内部応力を生じ、これが接着はく離を生じさせる原因となる。これは、熱膨張係数の異なる二つの物体が接着されて温度変化を与えられたとき、物体中に熱応力を生じるのと同じ現象である。このため、接着の分野では、このような内部応力の分布状態を知ることが望まれ、金属間に立方体であるエポキシ樹脂板を接着して、光弾性的に熱応力を解析し、力学的理論解と対比するなどの研究^{1),2)}が行なわれているが、その例も極めて少ない。積層木材の膨潤収縮応力の解析を行なう場合、木材が粘弾性体であるため非常な困難を伴うので、弾性体として取り扱い、多くの仮定を導入して単純化を行なって解析しており^{3),4)}、結果については多少の疑問も含まれている。

一方、近年コンピューターの発達から、応力解析の

手法として有限要素法 (The finite element method) が開発され、その手法の確かさが工学の種々の分野で立証されてきた。有限要素法による粘弾性の応力解析法も開発されているが、木材の粘弾性定数についての研究は未だ充分ではない。このような現状にあるとき、本研究は二枚積層された木材中で、膨潤収縮差のために生じる内部応力を、有限要素法によって弾性的に求めたものである。この結果は、実際の含水率変化によって生じる応力値と異なることは勿論であるが、積層接着における被着材の組み合わせを考えるための知見は十分に得られると思われる。

内部応力解析法

1 計算方法の概要

いま、解析の対象とする木材を三角形要素に分割し、各三角形要素中で要素内の変位は次式で表わされるものとする (Fig. 1 参照)。

$$\left. \begin{aligned} u &= \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \\ v &= \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

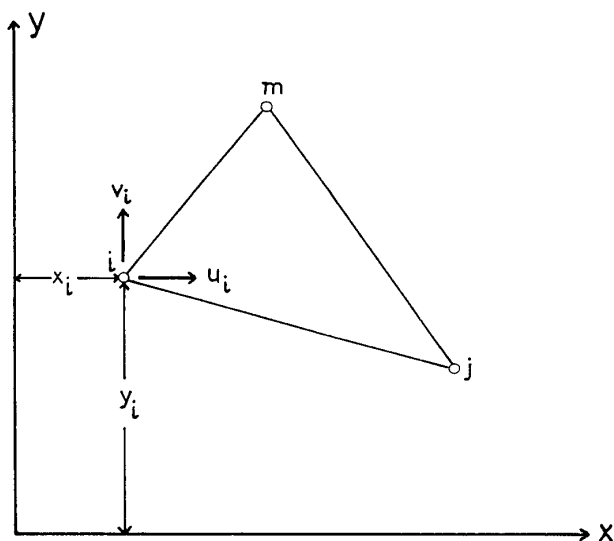


Fig. 1 An element and the coordinate

ここで、 x, y は座標を示す。そのとき、三角形の各節点変位の u 成分は次の連立方程式

$$\left. \begin{aligned} u_i &= \alpha_1 + \alpha_2 x_i + \alpha_3 y_i \\ u_j &= \alpha_1 + \alpha_2 x_j + \alpha_3 y_j \\ u_m &= \alpha_1 + \alpha_2 x_m + \alpha_3 y_m \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

で表わされるので、 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ は u_i, u_j, u_m で表わすことができる。同様にして、 v 成分を表わせば、 $\alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$ は v_i, v_j, v_m で表わしうる。これらの $\alpha_1 \sim \alpha_6$ を(1)式へ代入して要素内の変位 u, v を節点変位によって表わすことができる。しかるとき、要素内の任意の点のひずみは、

$$\{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} = [B] \{\delta\} \quad (3)$$

ここで、列ベクトル $\{\delta\}$ は、三角形の3頂点(節点)の x, y 方向における変位 $u_i, v_i, u_j, v_j, u_m, v_m$ を表わし、 $[B]$ は各節点の座標値を内容とするマトリックスである。一方、要素内の応力は、

$$\{\sigma\} = [D] (\{\epsilon\} - \{\epsilon_0\}) \quad (4)$$

ここで、 $\{\epsilon\}$ は全ひずみ、 $\{\epsilon_0\}$ は初期ひずみ(膨潤収縮率)を表わし、 $[D]$ は弾性定数を内容とするマトリックスで、直交異方性体である木材の場合、平面応力状態では次式で示される。

$$[D] = \frac{1}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \begin{Bmatrix} E_x & \nu_{xy}E_y & 0 \\ \nu_{yx}E_x & E_y & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \nu_{xy}\nu_{yx})G_{xy} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

節点力を $\{F\}$ とすれば、節点力による仕事は、要素内の応力による仕事と等しいから、

$$(\{\delta\})^T \{F\} = (\{\delta\})^T \int [B]^T \{\sigma\} d(\text{vol}) \quad (6)$$

上式へ(3)、(4)式を代入すれば、

$$\begin{aligned} \{F\} &= \left(\int [B]^T [D] [B] d(\text{vol}) \right) \{\delta\} \\ &\quad - \int [B]^T [D] \{\epsilon_0\} d(\text{vol}) \end{aligned}$$

初期ひずみによる内部応力の計算では、外力はないので、上式は、

$$\begin{aligned} &\int [B]^T [D] \{\epsilon_0\} d(\text{vol}) \\ &= \int \left([B]^T [D] [B] d(\text{vol}) \right) \{\delta\} \quad (7) \end{aligned}$$

ゆえに、上式によって各節点の変位を求めることができる。各節点の変位が求めれば、(3)、(4)式によって内部応力が求められる。

以上の計算は、コンピューターで行なったが、そのプログラムの主要部分は、O.C. Zienkiewicz, Y.K. Cheung の方法⁵⁾ によったが、このプログラムは外力による応力解析を行なうためのものであったから、初期ひずみ(膨潤収縮率)による応力解析に適するように、筆者が手直しを行なった。

2 本研究の解析に用いた条件

樹種ミズナラ (*Quercus crispula* BL.) の板目材と柾目材の同一断面寸法をもつ板が積層接着されている。この積層材が、含水率5%の増加を一様に受けて平衡状態に達したときの木口面に生じる応力の状態を、弾性的に解析することとした。ただし、接着層は無視された。

構成の変化による応力状態の変化を検討するために、Fig. 2のように、長方形断面のラミナを接着層がラミナの表面に対して平行となるように接着した構成のものと、Fig. 3のように、二等辺直角三角形断面のラミナを接着層がその長辺になるように構成したものとがとられた。いずれの場合も、X-X軸が接着層である。ラミナの厚さ変化が応力状態に及ぼす影響を知るために、Fig. 2の場合については、板目のラミナ厚さ変化を次のように4段階とった。

板目のラミナ厚さ	:	板目のラミナ幅
1	:	2
0.7222	:	2
0.5000	:	2
0.2222	:	2

弾性定数および膨潤収縮率として木材工業ハンドブック⁶⁾ に示された次の値が採用された。

弾性定数

$$E_T = 7500 \text{ kg/cm}^2, \quad E_R = 14500 \text{ kg/cm}^2, \quad G_{RT} = 1500 \text{ kg/cm}^2$$

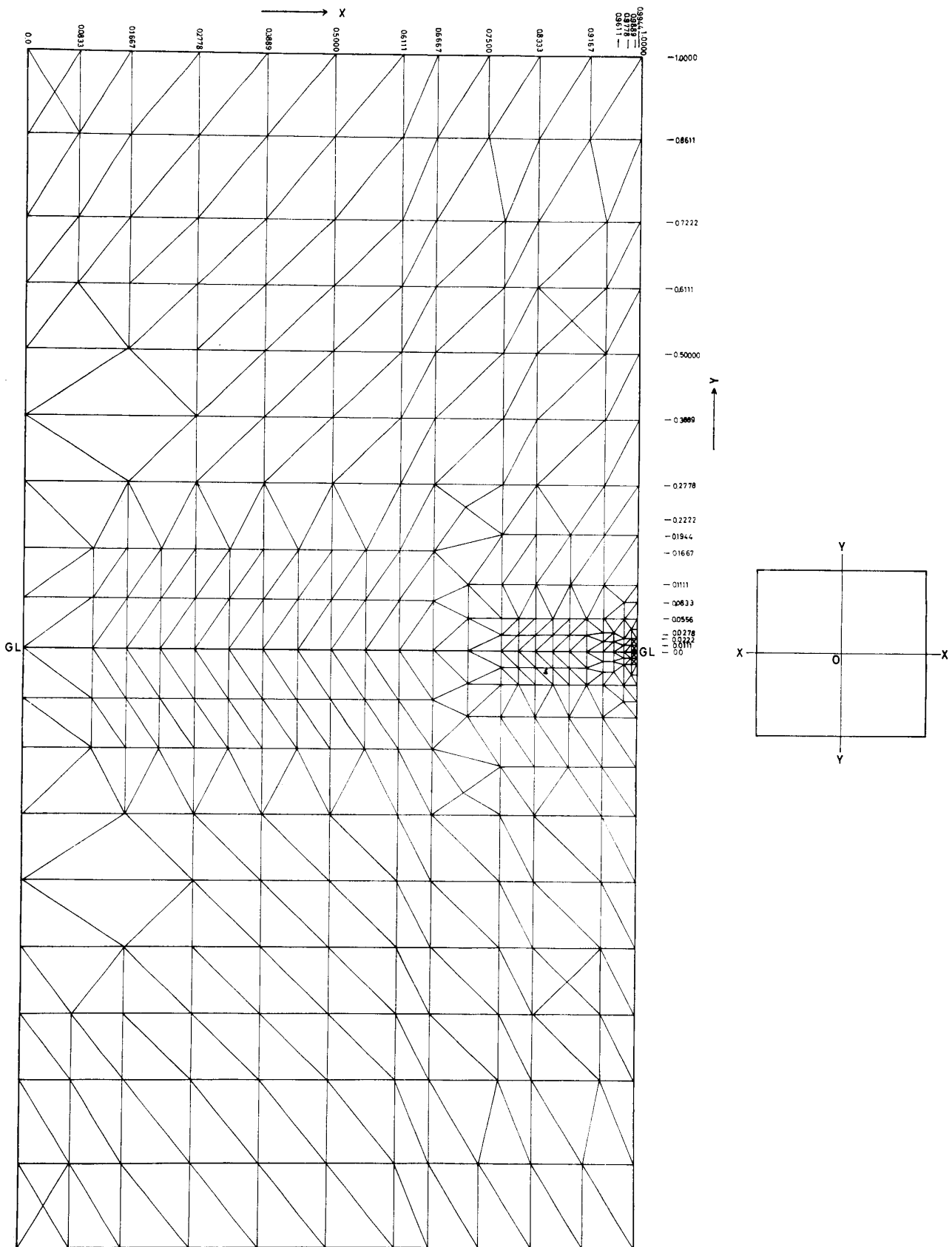


Fig. 2 Mesh used for the laminated wood composed of two rectangular laminae.
X-X axis shows a glue line.

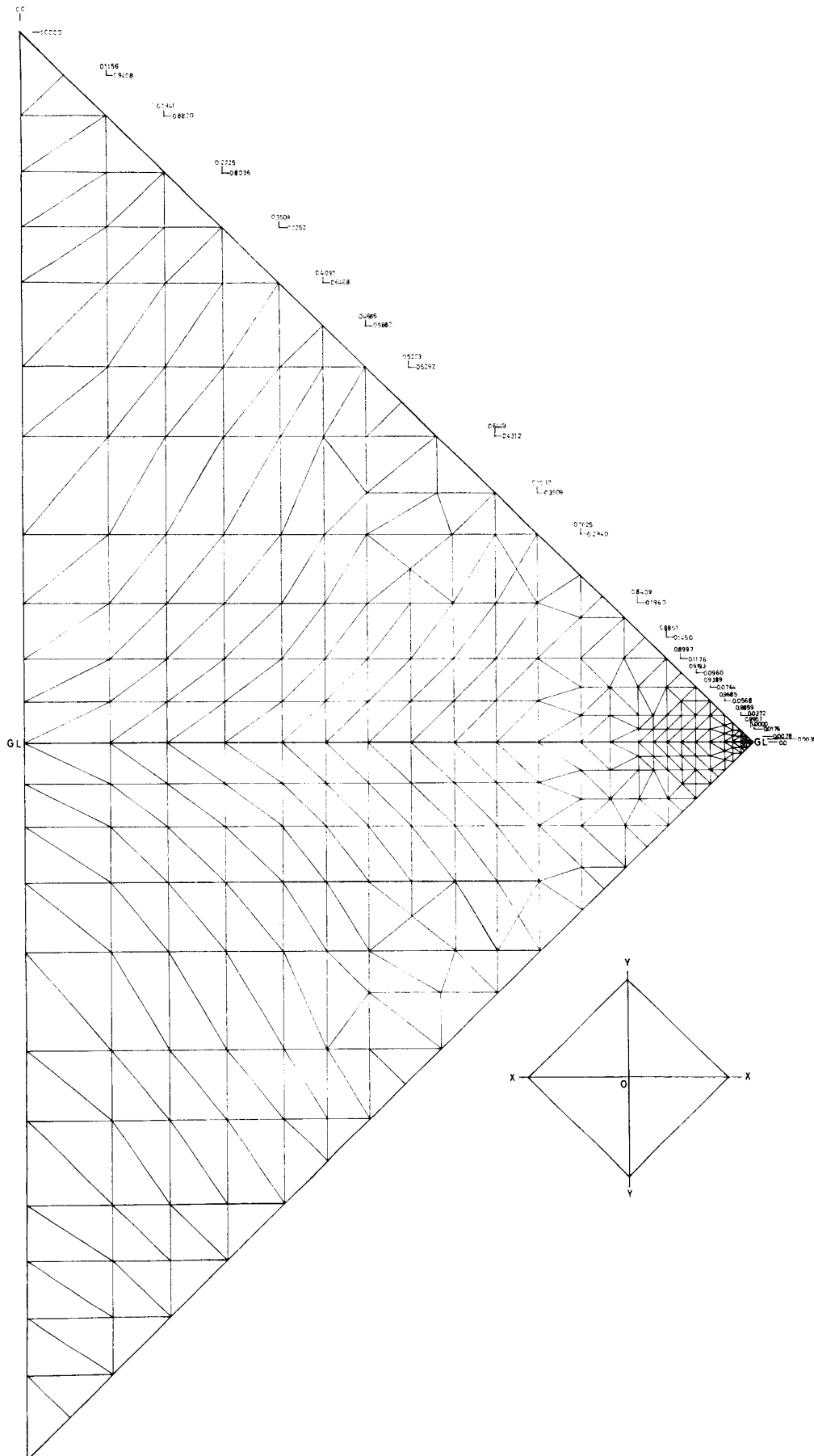


Fig. 3 Mesh used for the laminated wood composed of two triangular laminae. X-X axis shows a glue line.

cm², $\nu_{RT}=0.60$, $\nu_{TR}=0.31$

ただし, ν_{TR} は $\nu_{RT}/E_R=\nu_{TR}/E_T$ より算出した。

含水率1%当りの膨潤収縮率

$$\alpha_T=0.35\%, \alpha_R=0.19\%$$

要素は三角形として Fig. 2, Fig. 3 のように分割した。両図とも積層材の右半分に相当する部分のみが示されている。分割にあたっては, 応力集中が生じると考えられる接着層の端部付近の状態を, より詳細に求めるため, より小さく分割した。Fig. 2 においては, 板の幅:厚さが2:1のとき, 要素数580, 節点数325である。また, Fig. 3 のとき, 要素数472, 節点数275である。計算は, 京大計算機センターで行なった。

結果および考察

応力分布の全体像が理解できるように, 木口面の全体についての主応力を, 代表的な要素の重心上で, Fig. 4 と Fig. 5 に示す。Fig. 4 はラミナ幅:厚さが2:1のものである。Fig. 4 の端面付近の応力状態を拡大して Fig. 6 に示す。Fig. 4 と Fig. 6 によれば, 接着層付近では接着層にほぼ平行な高い応力を生じ, 膨潤の拘束を受ける板目側では約40 kg/cm²の圧縮応力を, 反対に柁目側では約50 kg/cm²の引張応力を生じている。これらの応力は, 接着層から離れるにしたがって急傾斜で減少している。そして, 上下表面近くになると殆んど0であるが, 変形に伴って, 板目ラミナの中央付近では僅かに引張, 柁目ラミナの中央付近では僅かに圧縮の応力が生じている。最も注目すべき事柄は, 接着層の端面付近では, 接着層を引張はく離させようとする応力が板目側に生じていることである。すなわち, 端面では, 板目側について見れば, 接着層から厚さの約1.5%ラミナ上面側へ離れた所では約42 kg/cm², 約4.5%離れた所では約50 kg/cm²の接着層に直角な引張応力を生じ, 柁目側では, 約1.5%離れた所で約36 kg/cm², 約4.5%離れた所では約38 kg/cm²の圧縮応力を生じている。このような応力は, 板目側では膨潤が拘束されるために, 端面における表面積の増大によって, 膨潤の拘束を解放しようとする結果生ずる表面応力であり, 反対に, 柁目側では, より大きく膨潤する板目ラミナにひばられるために生ずる引張りずみを, 厚さ方向の圧縮ひずみによって補償しようとするための表面応力と考えられる。

応力集中の生じている端面付近でのせん断応力を, Fig. 7 に示す。せん断応力は端面より僅かに内側で最高となり, 約20 kg/cm²を示す。

我々が一般にこの種の内部応力算出に用いる材料力

学的に導かれる式は,

$$\alpha_T m - \frac{p}{E_T t b} = \alpha_R m + \frac{p}{E_R t b} \quad \alpha_T > \alpha_R$$

ここで, α_T , α_R , E_T , E_R : 前出に同じ

t : ラミナの厚さ

b : ラミナの幅

p : ラミナ中の内部力

m : 含水率変化量

上式より, 幅方向の, 厚さに直角方向の応力 σ_x は,

$$\sigma_x = (\alpha_T - \alpha_R) m \left(\frac{E_T E_R}{E_T + E_R} \right)$$

である。上式によって, 本研究の場合について計算すると, $\sigma_x=39.6$ kg/cm² となる。この値は, 前記の接着層付近の板目側と柁目側に生ずる x 方向の応力の平均値約45 kg/cm² より低いと比較的に近似している。したがって, 膨潤収縮差による内部応力の高低の指標として上式は実用的なものとして有用と考えられる。この σ_x 値と端面において生ずる接着層に直角な引張または圧縮応力, また, せん断応力の値とは比例関係にあることが, 含水率変化幅を1%から5%までとった解析結果から認められた。そこで, 有限要素法で得られた板目側と柁目側の x 方向の応力値の平均45 kg/cm² を基準として, 端面の板目側に生じた σ_y の最高値をとれば, $\sigma_{ymax}/\sigma_x=1.11$ となり, せん断応力の最高値との比は, $\tau_{max}/\sigma_x=0.44$ となる。

次にラミナ厚さの応力に及ぼす影響について見る。接着層近辺の σ_x 値について見れば, 厚さ変化による影響は殆んど見られなかった。 σ_y 値について見れば, Fig. 4 の板目側の接着層の端面付近で見られた最高引張応力値は, 厚さの減少とともに次第に僅かづつ減少し, 幅:厚さが2:0.222まで薄くなったときには約31 kg/cm²まで減少し, 反対に, 柁目側では僅かづつ増加して最高圧縮応力値は約47 kg/cm²になった。せん断応力値は殆んど変化しなかった。

次いで二等辺直角三角形の木口断面をもつラミナが, 長辺を接着層として二枚積層された Fig. 5 の場合について見よう。この図について, 接着層の端面付近を拡大して, 主応力については Fig. 8 に, せん断応力については Fig. 9 に示した。長方形ラミナの場合と比較して見ると, 接着層近辺の接着層にほぼ平行な主応力は, ほぼ同程度であるが, 大きく異なる点は, 板目ラミナの端面で接着層に直角な高い引張応力, また柁目ラミナ側での高い圧縮応力は見られず, また, 端面付近でのせん断応力は遙かに低く, 長方形ラミナの場合のような応力集中が端面付近で見られないことである。このようになる理由について次のよう

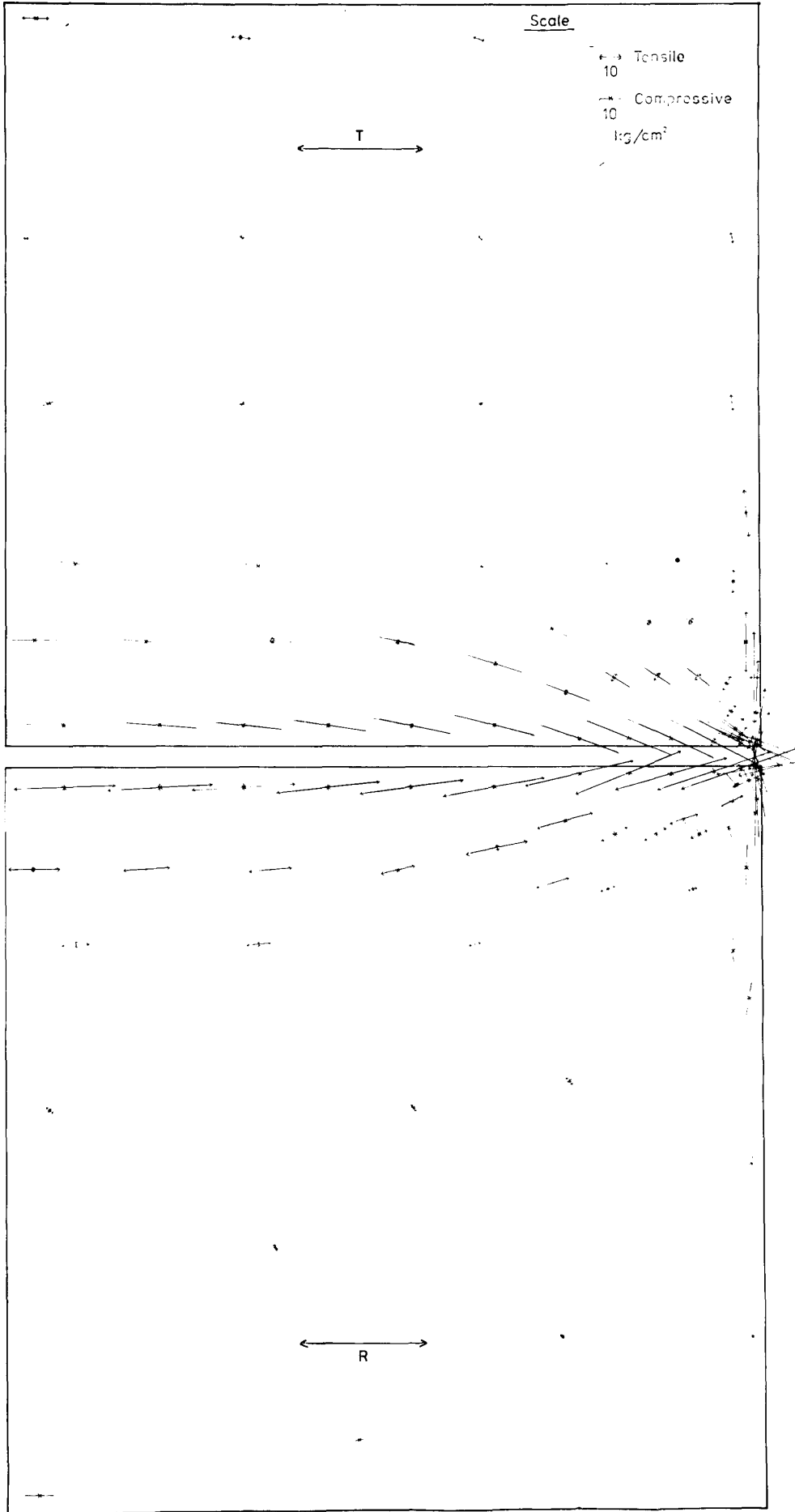


Fig. 4 plot of principal stresses in the laminated wood composed of two rectangular laminae.

T: Tangential R: Radial

This figure shows a right half of the laminated wood.

Principal stresses are shown at the centroids of representative elements.

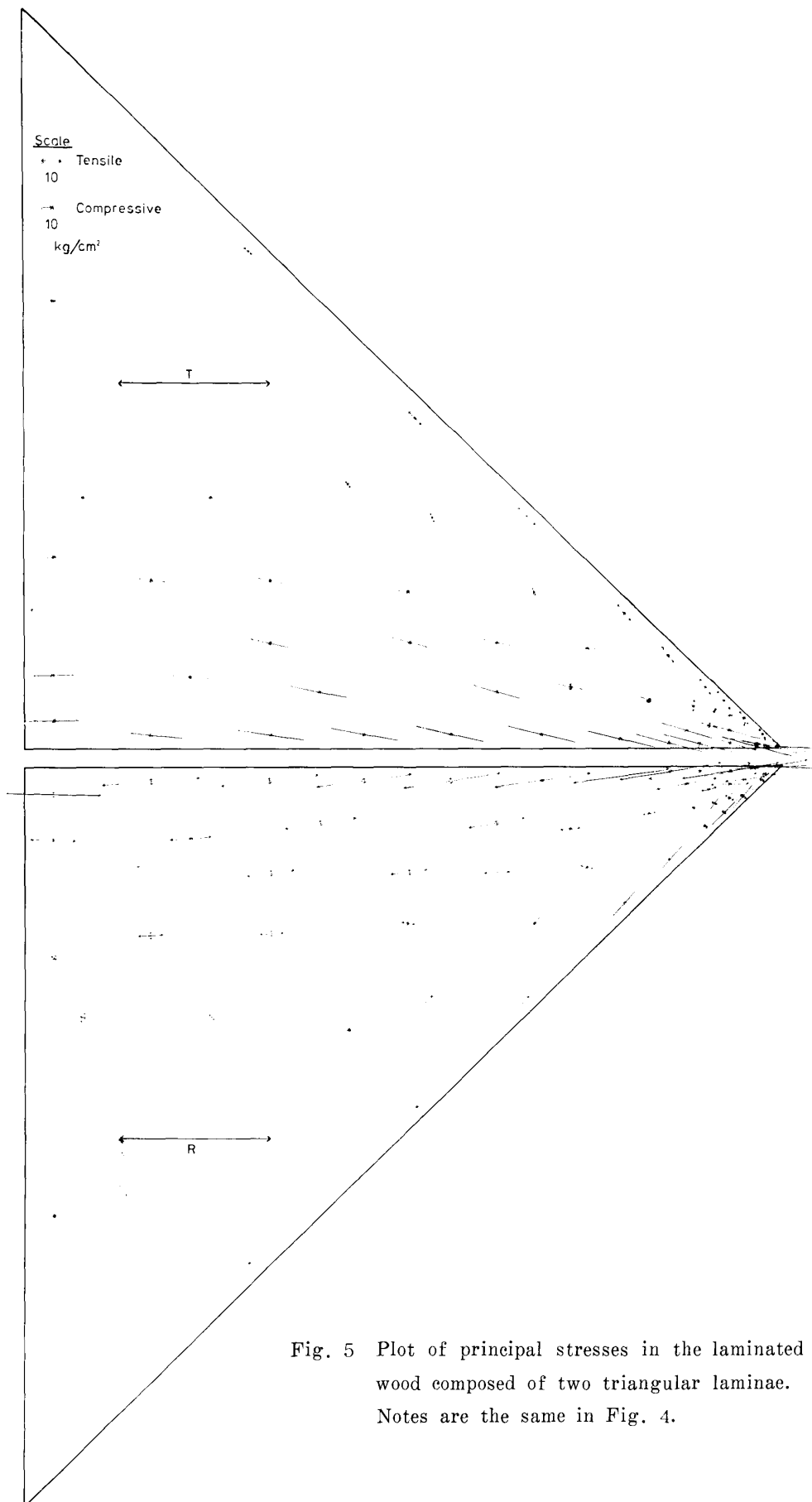


Fig. 5 Plot of principal stresses in the laminated wood composed of two triangular laminae. Notes are the same in Fig. 4.

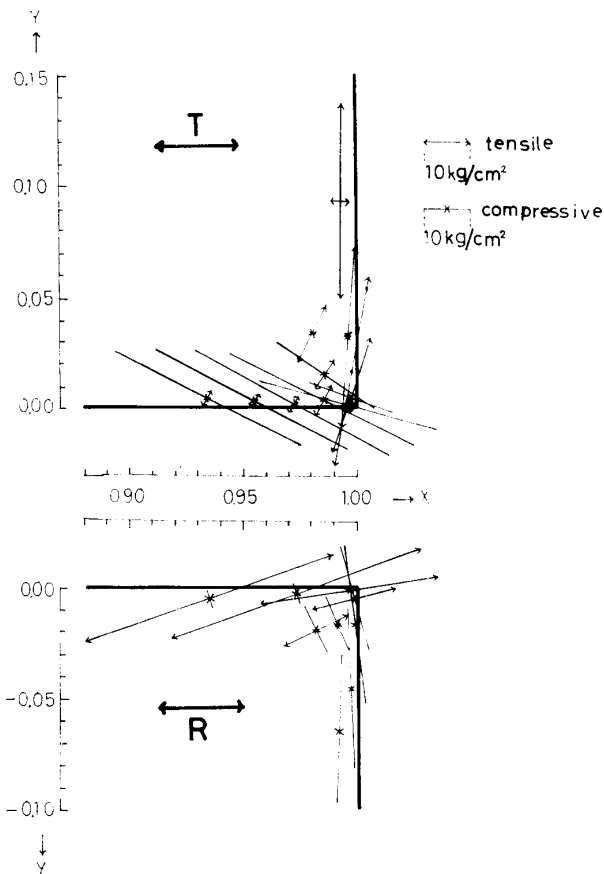


Fig. 6 Detail of principal stress at the edge corners of the laminae in Fig. 4.
 X=1.00 : Edge surface
 Y=0.00 : Glue line

に考えられる。長方形ラミナでは、膨潤収縮の拘束に伴う変形が、ラミナのコーナーが直角であるために

困難で、応力の解放がおこりにくい。二等辺三角形ラミナの場合は、端面でのラミナが薄いために変形しやすく、応力が解放されたためであろう。

以上の応力解析結果とはく離との関連を2枚積層材の場合に限定して考察すれば、次のように要約されるだろう。接着層はく離に対しては、膨潤が拘束された長方形ラミナの端面に生ずる接着層に直角な引張応力が、端面付近のせん断応力よりも支配的ではなかろうか。とくに、端面が湿潤状態より急激に乾燥されるような場合、この応力にさらに乾燥による引張応力が付加されることになり、はく離の危険はさらに大となろう。また、このような観点から見れば、ラミナ厚さは薄い方がはく離しにくい。三角形ラミナの場合、製造時の接着操作などの観点から見れば種々の問題はあるが、応力集中のみの観点から見れば、はく離の危険は少ないと見られる。

引用文献

- 1) Bikermann J.J. (1961): The Science of Adhesive Joints. Academic press, p. 103-112
- 2) 小島陽之助・井上幸彦 (1958) : 接着層における残留応力の解析, 工業化学雑誌, 61, 1, p. 39-42
- 3) Dietz A.G.H., H. Grinsfelder and E.Reissner (1946): Glue-line stresses in laminated Wood A.S.M.E.
- 4) 椋代純輔 (1968) : 積層接着された木材の内部応力に関する研究, 林試研報, No.211, p. 1-70
- 5) O.C. ツィエンキーヴィッツ, Y.K. チューン共著, 吉識雅夫監訳 (1967) : マトリックス有限要

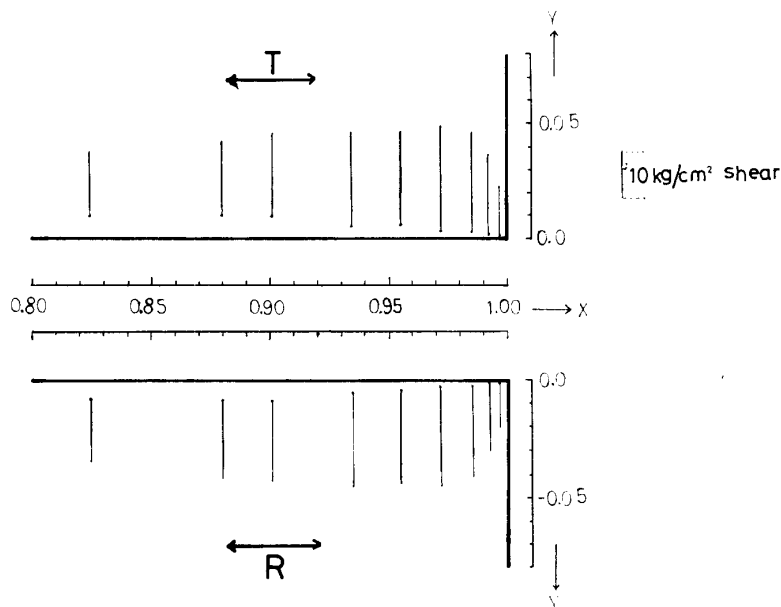


Fig. 7 Shear stress at the same edge corners in Fig. 6

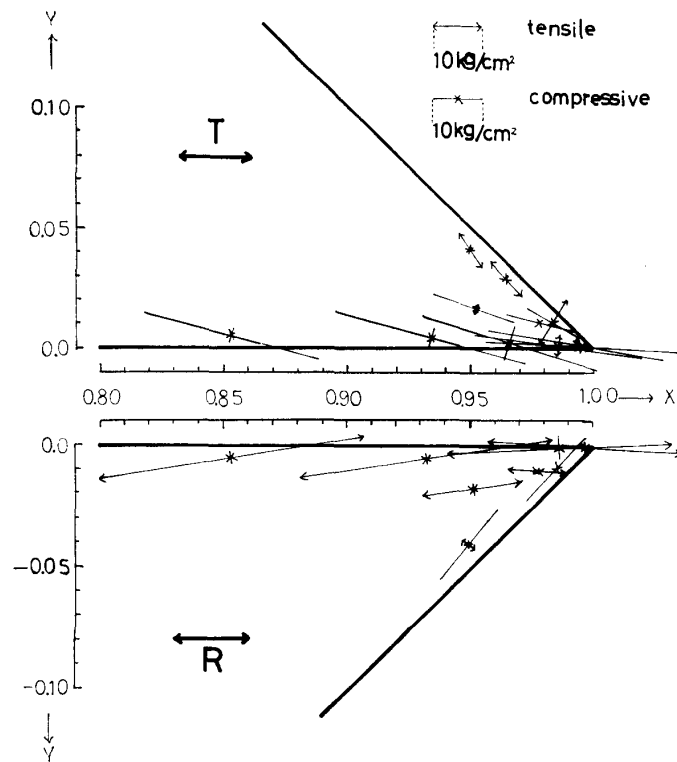


Fig. 8 Detail of principal stress at the corners of the laminae in Fig. 5.
 X=1.00: Edge point Y=0.00: Glue line

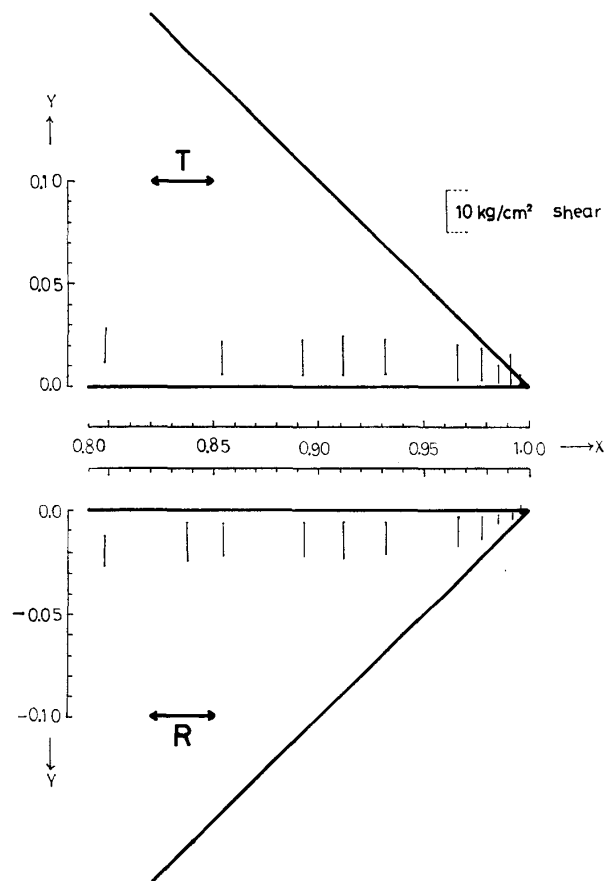


Fig. 9 Shear stress at the same corners in Fig. 8.

素法, 培風館, p. 249-289

丸善, p. 174

6) 林業試験場編 (1973) : 木材工業ハンドブック,

Summary

Internal stress in two-ply laminated wood resulting from difference of swelling coefficient between two laminae after moisture content change was calculated in plate stress condition by the finite element method. Following conditions were assumed: Cross sections of two laminae used for each laminated wood were tangential and radial of *Quercus crispula* B1. respectively, and both were rectangular or triangular. Internal stress in laminated wood after 5% increase of moisture content was calculated elastically. The results were as follows: In the case of the laminated wood composed of the rectangular laminae, the maximum

compressive stress of about 45 kg/cm² parallel to glue line in the tangential lamina and the maximum tensile stress of about 50 kg/cm² in the same direction in the radial lamina were produced along glue line. And, the maximum tensile stress of about 50 kg/cm² perpendicular to glue line in the tangential lamina and the maximum shear stress of about 20 kg/cm² in both laminae were produced near corners of laminae along glue line. In the case of the laminated wood composed of the triangular laminae, both the maximum tensile stress perpendicular to glue line and the maximum shear stress were about 10 kg/cm².