

# 相対材積の概念とその生長

大 隅 真 一

SHINICHI OSUMI

## Relative Volume of Stem and Its Growth

**要旨** 幹の高さを  $h$ , 基準直径を  $d_{0.9}$  とするとき, 幹曲線  $Y = F(X)$  において,  $x = X/h$ ,  $y = Y/d_{0.9}$  とおくと, 相対幹曲線  $y = f(x)$  がえられる。このとき, 相対材積はつぎの式によって定義される:

$$\theta_{0.9} = \pi \int_0^1 \{f(x)\}^2 dx$$

相対材積を用いるときは, 幹材積は  $v = h d_{0.9}^2 \theta_{0.9}$ , 林分材積は  $V = \bar{\theta}_{0.9} \sum h_i d_{0.9i}^2$  として与えられる。相対材積はまた正形数に代って形状度の指標として用いられ, さらに高さの基準直径に対する比  $\tau = h/d_{0.9}$  との積  $\omega = \tau \theta_{0.9}$  をつくれば, それによって幹の完満度もあらわすことができる。このように相対材積は幹材積や林分材積の基本的な構成因子として位置づけられると同時に, 幹形の指標としても有効である。

相対材積の生長についてはいままで明らかでなかったので, 実験的にその解明を試みた。相異なる2つのスギ人工同齡林分から5本ずつの標本木をえらび(表1, 表2), それらに樹幹析解法を適用して得られた齡階毎の測定資料に, 最小自乗法によって5次の多項式をあてはめ(図2, 図3), 齡階毎の相対幹曲線を求めた。これより齡階毎の相対材積および関連諸量を計算した結果は表3および表4のとおりである。とくに相対材積の値を齡階毎に示し, その平均値を求めると表5および表6のとおりである。表5および表6の平均値を用いて相対材積の生長過程を曲線で示すと図8のようになる。これによって相対材積が生長すること, およびその生長過程は林分によって異なることが明らかにされた。また  $\tau$  および  $\omega$  の生長過程については, 個体間の変動が大きい, 相対材積のそれについては, 同一林分内では, 個体間の変動は大きくないことが明らかにされた。

### はじめに

相対材積の概念についてはすでに論じたところであるが<sup>(1),(4)</sup>, その意義はまだ一般に理解されるに至っていないようである。本論文において筆者は, 相対材積の概念を, その後の知見をも加えて, より明確にするとともに, いままで明らかにされていなかった相対材積の生長の現象ならびに過程について, 実験的検討を試みようとするものである。

資料蒐集にあたってご協力をいただいた九州林産株式会社奥山陽三郎, 真砂尊光の両氏, 本学演習林の

本吉瑠璃夫, 平元直一郎の両氏ならびに当研究室の梶原幹弘, 石川善朗の両氏に厚く御礼を申し上げる。

本研究の一部は昭和46年度文部省科学研究費補助金によるものである。

本研究におけるすべての計算は京都大学大型計算機センターを利用して行なわれた。

### I 相対材積の概念

#### 1. 相対材積の定義

幹の高さを  $h$ , 梢端から  $0.9h$  の位置における直径—基準直径—を  $d_{0.9}$  とするとき, 幹曲線  $Y = F(X)$

京都府立大学農学部森林経理学研究室

Laboratory of Forest Management, Faculty of Agriculture, Kyoto Prefectural University, Kyoto, Japan.

概要は“Joint meeting of IUFRO S4.01 and S4.02, Nancy, 1973”において報告した。

昭和49年7月20日受理

において、 $x=X/h$ ,  $y=Y/d_{0.9}$  とおくと、相対幹曲線  $y=f(x)$  がえられる。幹材積を  $v$  とすると、

$$v = \pi \int_0^h \{F(x)\}^2 dx$$

これを相対幹曲線を用いてあらわすと、

$$v = h d_{0.9}^2 \cdot \pi \int_0^1 \{f(x)\}^2 dx \dots\dots\dots(1)$$

上式において

$$\theta_{0.9} = \pi \int_0^1 \{f(x)\}^2 dx \dots\dots\dots(2)$$

とおくと、 $\theta_{0.9}$  は相対幹曲線に関する回転体の体積である。この回転体は、現実の幹が、高さについては  $1/h$  に、直径については  $1/d_{0.9}$  に圧縮されたものである。これを基幹体と名づける。 $\theta_{0.9}$  はすなわち基幹体の体積である。しかるときは幹材積  $v$  はつぎのようにかける：

$$v = h d_{0.9}^2 \theta_{0.9} \dots\dots\dots(3)$$

ここに  $\theta_{0.9}$  は、基準直径  $d_{0.9}$  にもとづく相対材積と呼ばれる\*。

2. 相対材積の性質

1) 正形数との関係

式(1)をつぎのようにかきかえる：

$$v = \frac{\pi}{4} h d_{0.9}^2 \cdot \int_0^1 \{2f(x)\}^2 dx$$

ここに  $\frac{\pi}{4} h d_{0.9}^2$  は  $d_{0.9}$  を直径とする比較円柱の体積であるから、

$$\lambda_{0.9} = \int_0^1 \{2f(x)\}^2 dx \dots\dots\dots(4)$$

は、基準直径  $d_{0.9}$  に関する正形数に他ならない。したがってこれと相対材積との間にはつぎの関係がなりたつ：

$$\theta_{0.9} = \frac{\pi}{4} \lambda_{0.9} \dots\dots\dots(5)$$

2) 独立性

基幹体の幹軸をとる縦断面の形状は、現実樹幹の縦断面の幾何学的形状をあらわすものであって、その樹高や直径の大きさには無関係に定まる。したがって基幹体の体積であるところの相対材積もまた現実樹幹の樹高や直径の大きさと互に独立である。

3. 相対材積の有用性

1) 形状度および完満度の指標

相対材積は現実の樹幹の幾何学的形状のみによって定まる基幹体の体積であるから、それはまた、正形数と同じく、現実の樹幹の幾何学的形状(相対的幹形)

における細りの程度、すなわち形状度の指標として役立つ。

現実の樹幹は、基幹体が高さについては  $h$  倍に、直径については  $d_{0.9}$  倍に膨れ上ってできたものと解することができるから、同一の相対幹形に対しても、樹高と基準直径との比如何により、いろいろの形をもった樹幹が存在することになる。いいかえれば現実の幹形は、相対幹形と、樹高の基準直径に対する比によって定まる。したがって現実の幹形における細りの程度、すなわち完満度は、相対材積と、樹高の基準直径に対する比

$$\tau = h/d_{0.9} \dots\dots\dots(6)$$

とによってあらわされうる。これらを積の形で一元化して、

$$\omega = \tau \theta_{0.9} \dots\dots\dots(7)$$

とすれば、 $\omega$  は完満度の指標として有用であろう。なぜなら  $\omega$  はつぎのような性質をもっているからである：

$$\omega = \frac{h}{d_{0.9}} \theta_{0.9} = \frac{1}{d_{0.9}} \cdot h d_{0.9}^2 \theta_{0.9} = \frac{v}{d_{0.9}}$$

すなわち  $\omega$  は幹材積と、基準直径を一边とする正立方体の体積との比である。基準直径のわりに樹高あるいは形状度が大であれば、それだけ幹は完満となるであろうが、 $\omega$  はこの傾向をよく反映するものといえよう。図1はこれらの関係を模式的に示したものである。

2) 幹材積の解析因子

上述の所論にしたがえば、幹材積は、いずれの場合においても、樹高、基準直径および相対材積の3者に分解してとらえることができる。正形数を用いる場合にも、同様に3つの因子に分けることができるが、この場合には正形数の意味づけがかなりあいまいで、それは比較円柱の体積に対する現実材積の単なる割引率としての意味しかもたない。これに対して基幹体は現実樹幹のいわば核として意味づけられ、したがって相対材積はその核の体積として理解される。ゆえに相対材積を用いれば、幹材積を一意的に、明快に解析することができる。

3) 林木材積の構成に対する認識

林木材積を  $V$  とすれば、式(3)によって、

$$V = \sum_{i=1}^N h_i d_{0.9i}^2 \theta_{0.9i}$$

ただし、 $N$ ：林木本数

しかるに  $\theta_{0.9}$  は樹高、基準直径に対して無相関であるから、上式はつぎのようにかきかえられる。

\* 他の任意の位置の直径に対しても、同様に、相対材積を考えることができる。相対材積の一般的な定義については文献1), 4)を参照されたい。

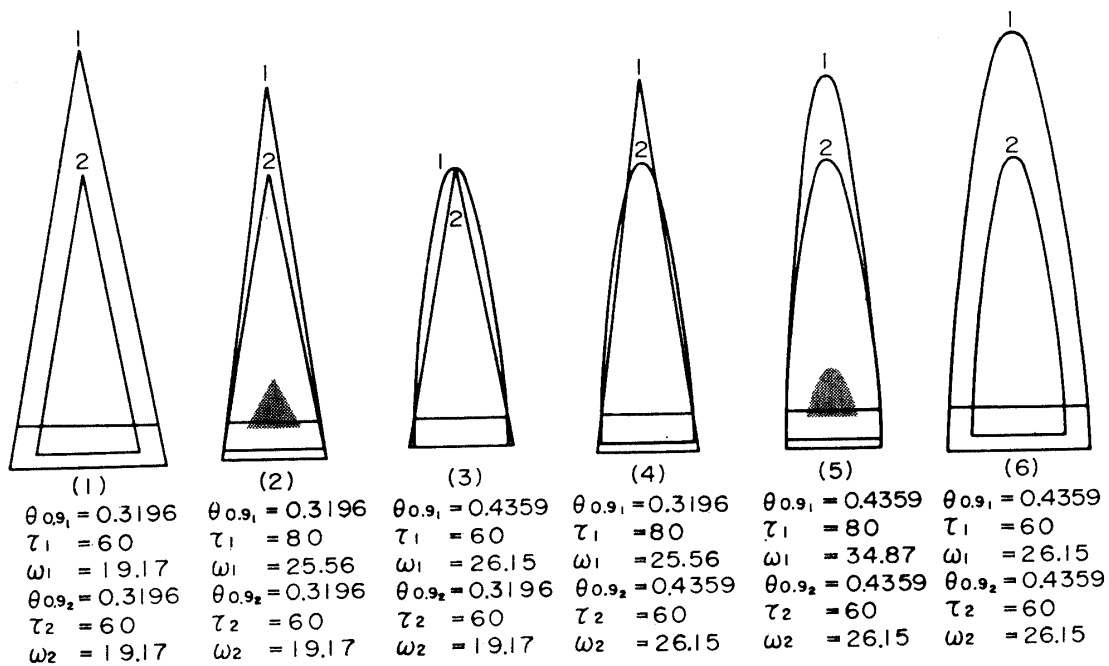


図1 円錐体および放物線体に基くいろいろの幹形

Fig. Various stem forms derived from the two geometric forms: cone and paraboloid.

$$V = \bar{\theta}_{0.9} \sum_{i=1}^N h_i d_{0.9i}^2 \dots\dots\dots(8)$$

ただし、 $\bar{\theta} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \theta_{0.9i}$

相対材積と関数関係にある正形数の変動係数は、人工同齢林においてはきわめて小さく、数パーセントに止まることが報告されている<sup>2)</sup>。この事実と合わせて考えれば、式(8)はすなわち「林分にはある共通な基幹体が存在し、林分を構成する各単木は、この共通の基幹体をベースにして、それぞれの樹高および基準直径にしたがってそれぞれの幹材積をもち、それらが相集まって林分材積を構成している」という理解を示すものである。このような理解は、林分構造の解析に対して有効かつ必要であろう。

II 相対材積の生長に関する実験的考察

相対材積が樹高や基準直径と無関係であることは上述のとおりであるが、それが年齢とともに生長するかどうかについては、いままで十分な研究が行なわれていない。ただ相対材積と関数関係にある正形数の生長については NAGEL<sup>3)</sup>の研究がある。彼は Fichte の幹形について実験的に研究し、その正形数が年齢とともに70年生頃までは増大するが、それ以上の高齢になると減少すると述べている。

筆者は2つの互に異なったスギの人工同齢林分から、それぞれ5本の標本木を選び、これらを伐倒して年齢別に相対幹曲線を求め、それに基づいて相対材積の

生長の事実およびその過程を実験的に確かめることを試みた。

1. 方法

一本の幹について、相対材積の生長過程を明らかにするためには、その幹の過去の年齢別相対幹曲線を求めることが必要である。これには樹幹析解の要領にしたがって、適当な間隔で円板を採取しなければならない。しかしその間隔は一般の樹幹析解のそれよりも狭くしなければならない。ことに根元に近くなる程間隔を細かくして、幼若齢時の幹曲線が正確に捉えられるようにしなければならない。この円板資料から樹高生長曲線を求める。つぎに幹曲線を求めるべき年齢を適当な間隔で定める。選ばれた年齢について、樹高生長曲線から樹高を推定するとともに、対応する円板から当該年齢における平均半径を求める。以上の測定値を整理することによって、年齢毎に、梢端からの距離と、その位置における半径とに関して、幾対かの測定値よりなるデータが得られる。

つぎにこのデータに最小自乗法を適用して、年齢毎の幹曲線を求める。幹曲線式としては多項式を用いることにした。多項式は融通性に富むと同時に、積分が容易であるという利点がある。はじめ3次の多項式の適用を試みたが、幼若齢階では2~3個の変曲点をもつものが認められたので、5次の多項式を採用することにした。

$$Y = \sum_{j=1}^5 B_j X^j \dots\dots\dots(9)$$

ただし,  $j=1, 2, \dots, 5, 0 \leq X \leq h$   
 データの大きさを  $n$  とすると, 自由度は  $n-5$  となる。幼若齢階においてはデータの大きさに制限があり, 自由度の大きさが充分でない場合が生じる。そこで自由度の大きさが3以上であって, 残差の百分率標準誤差が5%未満の場合のみ, その幹曲線を採用することにした。

現実幹曲線が定まれば, それより直ちに下記の諸量が得られる:

$$\text{基準直径 } d_{0.9} = 2 \sum_{j=1}^5 B_j (0.9h)^j$$

$$\text{中央直径 } d_{0.5} = 2 \sum_{j=1}^5 B_j (0.5h)^j$$

$$\text{胸高直径 } d_b = 2 \sum_{j=1}^5 B_j (h-1.2)^j$$

$$\text{樹高と基準直径との比 } \tau = \frac{h}{d_{0.9}}$$

$$\text{樹幹中央における相対直径 } \eta_{0.5} = \frac{d_{0.5}}{d_{0.9}}$$

$$\text{胸高における相対直径 } \eta_b = \frac{d_b}{d_{0.9}}$$

ついで式(9)より相対幹曲線を求める:

$$y = \sum_{j=1}^5 b_j x^j \quad \dots\dots(10)$$

ただし,  $y = Y/d_{0.9}, x = X/h$

$$0 \leq x \leq 1,$$

$$b_j = \frac{h^j}{d_{0.9}} B_j \quad \dots\dots(11)$$

これよりさらに下記の諸量が求められる。

$$\text{正形数 } \lambda_{0.9} = 4 \int_0^1 y^2 dx = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 \frac{4b_i b_j}{i+j+1}$$

$$\text{相対材積 } \theta_{0.9} = \frac{\pi}{4} \lambda_{0.9}$$

$$\text{胸高形数 } f_b = \lambda_{0.9} / \eta_b^2$$

$$\text{完満度指数 } \omega = \tau \theta_{0.9}$$

2. 資料

資料としては, 前述のように, 2つのたがいに相異なるスギ人工同齢林分から抽出された標本木を用いた。標本木の数は各林分について5本ずつ合計10本である。

1) 資料 I

京都府立大学大野演習林内のスギ人工同齢林分から抽出された。年齢および大きさは表1のとおりである。

5本の標本木について, 梢端から樹高の70%の位置までは, 0.05hの間隔で円板を採取していき, それより下部については, この間隔を次第に縮めていって, 0.02h~0.04h程度の間隔で円板を採取した。採取さ

表1 資料 I に属する標本木の年齢および大きさ  
 Tab.1 Ages and sizes of trees belonging to Sample I

番号 No.	年齢 age	h (m)	d <sub>0.9</sub> (cm)	d <sub>b</sub> (cm)
1	56	24.8	28.5	30.4
2	56	25.0	35.6	37.9
3	56	22.9	29.4	30.6
4	56	21.8	27.2	28.5
5	56	24.6	29.3	30.8

れた円板の数は各標本木それぞれ25個である。しかし齢階が若くなるほど対応する円板の数は当然に少くなる。10年生の齢階では, 対応する円板の数は8~9個に過ぎない。

2) 資料 II

大分県湯布院町所在の, 九州林産株式会社有林内のスギ人工同齢林分から抽出された。年齢および大きさは表2のとおりである。品種はヤブクグリである。

表2 資料 II に属する標本木の年齢および大きさ  
 Tab.2 Ages and sizes of trees belonging to Sample II

番号 No.	年齢 age	h (m)	d <sub>0.9</sub> (cm)	d <sub>b</sub> (cm)
11	39	18.9	21.2	22.8
12	40	19.8	23.4	25.4
13	39	20.4	27.1	29.1
14	39	20.0	26.9	28.9
15	39	19.0	24.5	26.3

5本の標本木について, 梢端から樹高の70%の位置までは 0.1h の間隔で円板を採取していき, それより下部については 0.05h 間隔とし, さらにその他に胸高と地上 0.2m の位置の円板をも採取した。採取された円板の数は, 各標本木それぞれ14個である。14~16年の齢階で, 対応する円板数はようやく8個であるに過ぎない。

3. 計算とその結果

1) 現実の幹曲線

表1 および表2 の各標本木についての樹幹析解資料に, 最小自乗法により, 5次の多項式を当てはめた。その結果を, 観測値とともに図示すると図2 および図3のとおりである。これらの幹曲線は各標本木について, 過去の幹形および大きさを再現するものであり, また他の全ての計算の基礎となるものであるから, そのデータへの適合性は重要であるが, 図からもよくわ

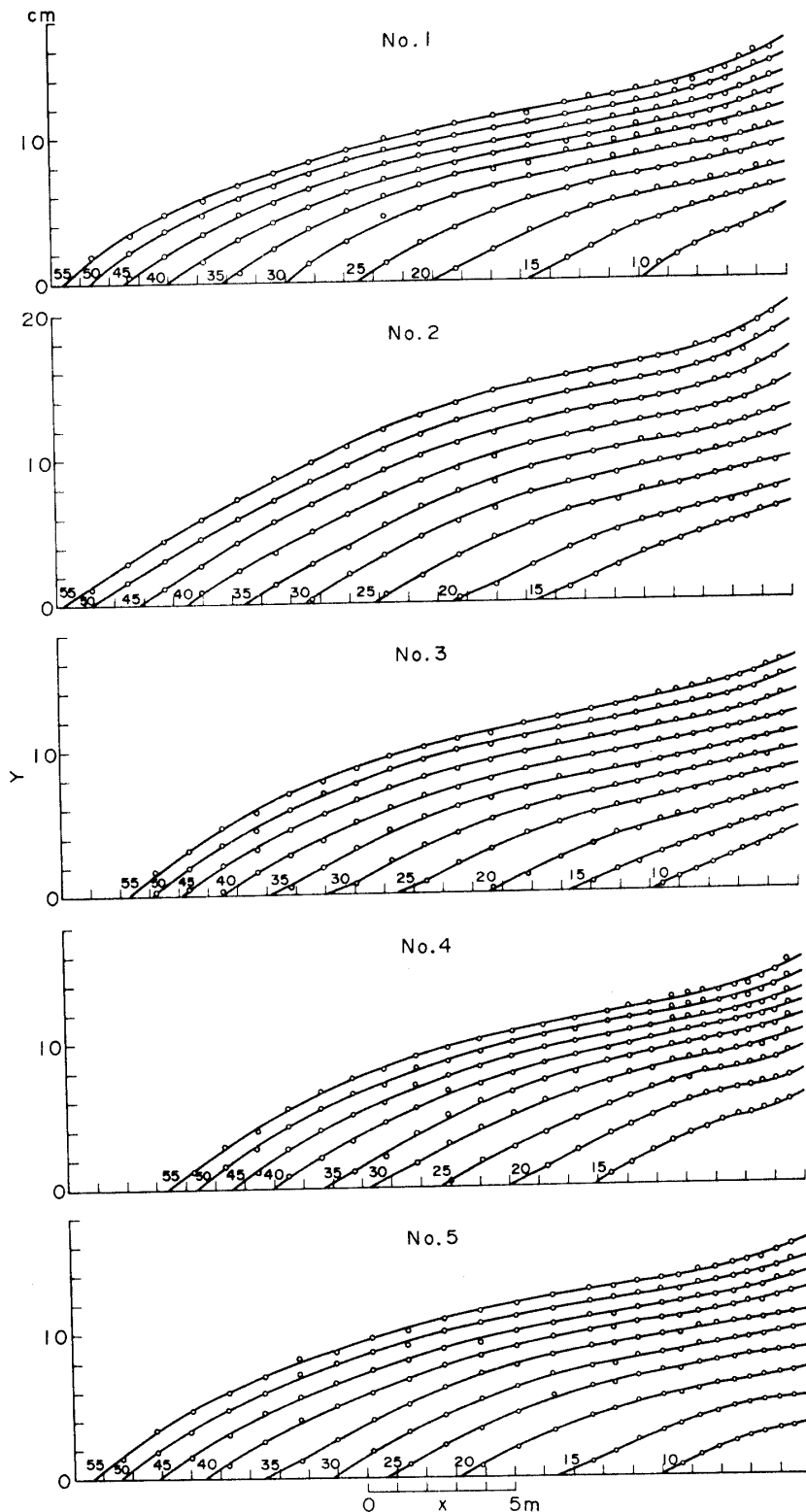


図2 現実の幹曲線, 資料I

Fig. 2 Actual stem curves for Sample I.

かるように、すべての幹曲線は十分よく適合しているといえよう。

## 2) 相 対 幹 形

現実の幹曲線から相対幹曲線を求めた。その詳細を

掲げることは煩雑になるから省略するとして、この相対幹曲線に基づく相対幹形を、各標本木の最幼齢階と最老齢階について図示すると図4および図5のようになる。

## 3) 相 対 幹 形 関 連 諸 量

樹高と基準直径との比  $\tau$ , 相対直径  $\eta_{0.5}$ , 相対材積  $\theta_{0.9}$  および完満度指数  $\omega$  の値を、資料Iの各標本木について、年齢別に計算した結果は表3に示すとおりである。同様の計算を資料IIについて行った結果は表4に示すとおりである。

## 4. 考 察

前述のように、現実の幹曲線は、5次の多項式によって十分よく再現される。したがってそれに基づいて計算された相対幹曲線および関連諸量たる  $\tau$ ,  $\eta_{0.5}$ ,  $\theta_{0.9}$ ,  $\omega$  等の値も十分信頼することができる。

まず図4および図5によって、相対幹形の具体的なイメージを得ることができる。いずれの標本木においても、壮齢階における相対幹形が若齢階のそれに比べてより完形であること、および相対材積  $\theta_{0.9}$  の値が、その程度をよく表現していることがわかる。また資料Iの標本木は若齢時においてすでにかなり充実した相対幹形をもっているのに対し、資料IIにおける各標本木は、共通して、若齢時においてはきわめて貧弱な相対幹形をもっているが、壮齢時になるとそれが充実してくることがわかる。

表3および表4における  $\omega$  の値と、図2および図3における各年齢階の現実幹曲線の形状とをそれぞれ比較すれば、 $\omega$  が幹の完満度の

指標として有効であることが理解される。

以上の認識のうえに立って、 $\tau$ ,  $\theta_{0.9}$  および  $\omega$  の年齢に伴う変化について観察してみよう。表3および表4における  $\tau$ ,  $\theta_{0.9}$  および  $\omega$  の値を、年齢との関係に

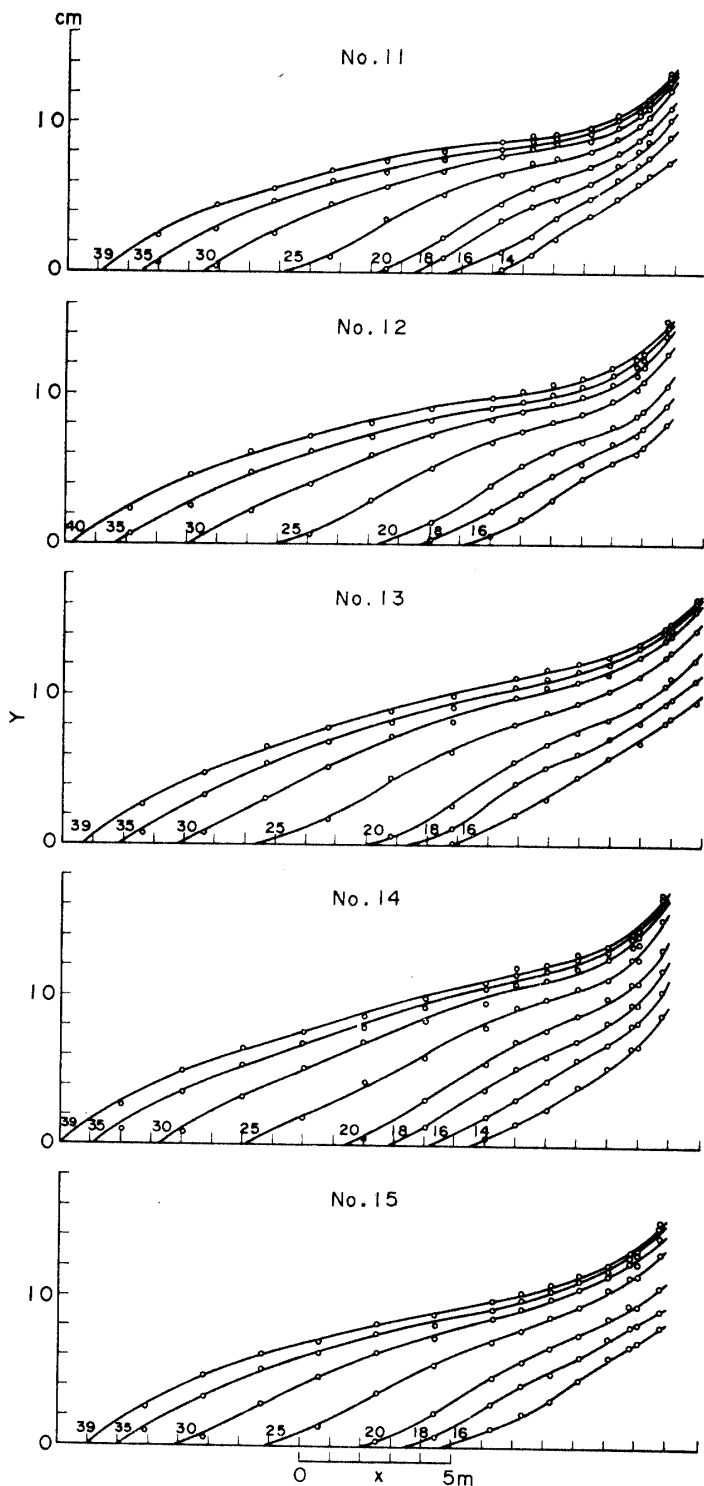


図3 現実の幹曲線, 資料Ⅱ

Fig. 3 Actual stem curves for Sample II.

において図示すると、それぞれ図6および図7のようになる。

資料Ⅰについてみると、まず $\tau$ の値の経時変化には、個体による変動がかなりみられるが、一般に若齢時において急激に増大し、40年前後において最大に達し、以後次第に低下する傾向がみられる。壮齢時にお

けるその値は80前後であるが、最大90に達するものもみられる。これに対して $\theta_{0.9}$ の経時変化には大きな個体差がみられず、いずれの個体もほぼ一樣な生長過程を示して、年齢とともに僅かながら増大していくことがわかる。 $\omega$ は $\tau$ と $\theta_{0.9}$ との積として、両者の中間的な経過をたどる。壮齢時におけるその値は30~35である。

資料Ⅱについて同様の関係を見ると、図7に示されるように、 $\tau$ 、 $\theta_{0.9}$ 共にその生長過程は資料Ⅰの場合よりもはるかに急速であることがわかる。それは両者共に若齢時における値がより小さいことに基因している。すなわち $\tau$ は、若齢時においては40~50であるが、それが急速に生長して40年生前後において75~90にまで達する。また $\theta_{0.9}$ の値は0.3位から出発して、40年生の時に0.4の水準に達する。これに伴って $\omega$ の値も、資料Ⅰのそれに比べてより急速な発達過程を示し、若齢時15位から出発して、40年生時において30前後に到達する。

このようにこれら3つの量は、それぞれに、林分内においては共通的な生長過程を示すが、林分間においては、全く異なった生長過程をとり得ることがわかる。この差異の原因は別個に究明されるべき興味ある問題であるが、おそらく品種的特性とともに、施業上の差異に基くものであろう。

つぎにこれら3つの量のうち、もっとも重要なものとして相対材積 $\theta_{0.9}$ の生長過程についてさらに詳しく考察してみよう。

うえにみたように、相対材積 $\theta_{0.9}$ の生長過程は、同一林分内においては、個体間において大きな変動を示さない。したがって同一林分内においては、 $\theta_{0.9}$ の共通的、平均的な生長過程について考えることができる。

表3および表4における $\theta_{0.9}$ の値を年齢別に整理して示し、各年齢の平均、範囲および変動係数を求めるとそれぞれ表5および表6のようになる。まずこれらの表から、 $\theta_{0.9}$ の変動は同一林分の同一年齢内においてはきわめて小さく、たかだか5~6%にしかならないことがわかる。これは人工同齢林における正形数の変動がきわめて小さいという事実と対応するものである。

つぎに相対材積の生長過程を明らかにするために、表5および表6における $\theta_{0.9}$ の年齢別平均値と年齢と

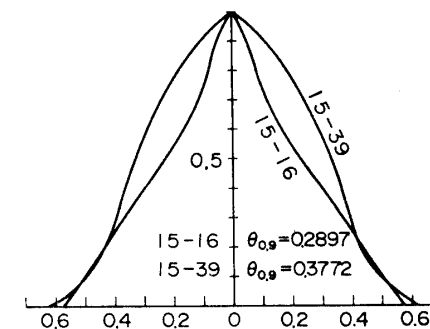
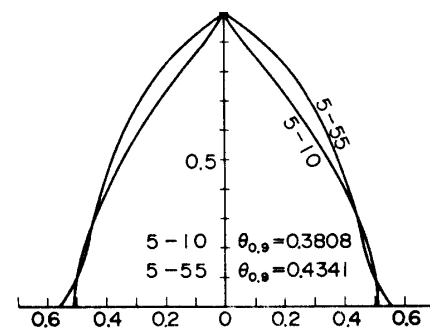
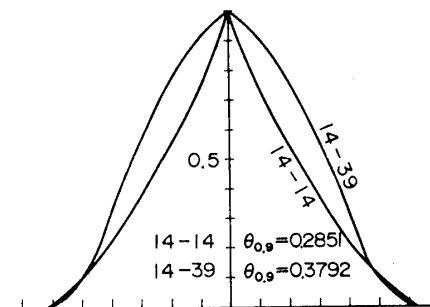
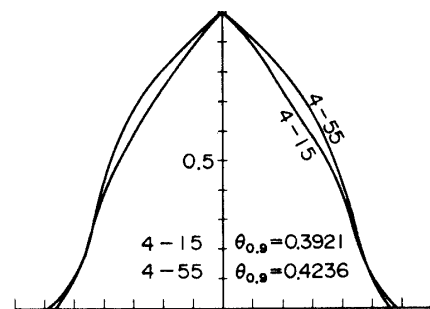
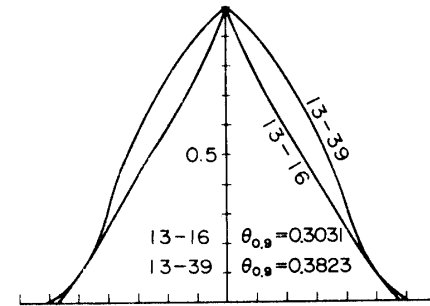
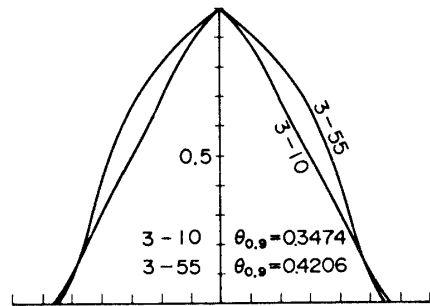
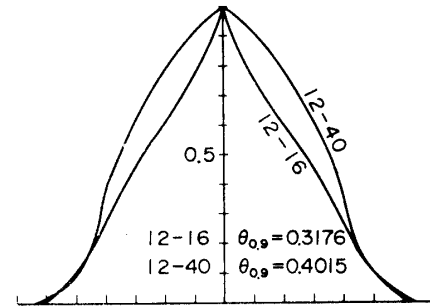
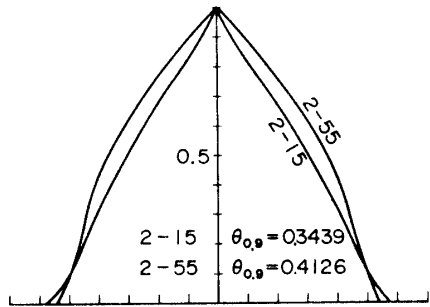
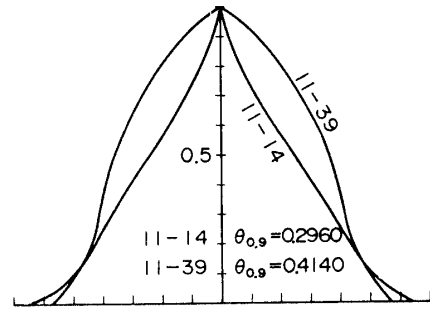
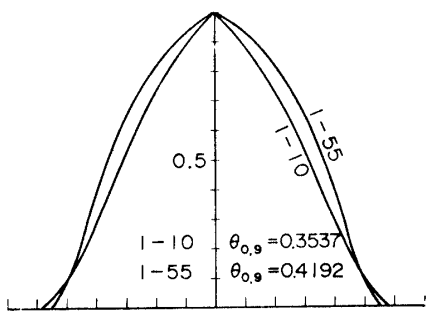


図4 相对幹形の発達, 資料 I

Fig. 4 Development of relative stem form for Sample I

図5 相对幹形の発達, 資料 II

Fig. 5 Development of relative stem form for Sample II

表3 相対幹形に関する諸量の値, 資料 I

Tab. 3 Values of characteristics of relative stem form for Sample I

樹木番号 No. of tree	項 目 Item	年 齢 (年)					Age (year)				
		10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
1	H (m)	4.90	8.80	12.00	14.60	17.00	19.20	21.10	22.50	23.70	24.60
	$d_{0.9}$ (cm)	8.81	12.06	14.45	17.00	19.25	21.47	23.27	24.85	26.57	28.09
	$\tau$	55.59	73.00	83.06	85.86	88.33	89.43	90.68	90.55	89.20	87.56
	$\eta_{0.5}$	0.6200	0.6787	0.7208	0.7350	0.7394	0.7320	0.7176	0.7221	0.7243	0.7277
	$\theta_{0.9}$	0.3537	0.3788	0.3982	0.4143	0.4236	0.4139	0.4064	0.4110	0.4149	0.4192
	$\omega$	19.66	27.66	33.08	35.57	37.41	37.02	36.86	37.22	37.01	36.70
	2	H (m)		8.75	11.60	14.10	16.50	18.60	20.50	22.20	23.75
$d_{0.9}$ (cm)			12.07	14.54	18.02	21.17	23.99	26.82	29.97	32.82	35.19
$\tau$			72.49	79.79	78.27	77.95	77.52	76.43	74.08	72.36	70.47
$\eta_{0.5}$			0.6073	0.6784	0.7126	0.7224	0.7369	0.7388	0.7363	0.7303	0.7365
$\theta_{0.9}$			0.3439	0.3751	0.4006	0.4061	0.4117	0.4166	0.4130	0.4097	0.4126
$\omega$			24.93	29.93	31.36	31.66	31.91	31.84	30.60	29.65	29.08
3		H (m)	4.90	8.00	10.90	13.70	16.00	18.00	19.60	20.90	21.90
	$d_{0.9}$ (cm)	7.74	10.50	13.36	16.05	18.37	20.40	22.64	24.92	27.18	29.09
	$\tau$	63.29	76.21	81.57	85.35	87.09	88.22	86.55	83.86	80.58	78.02
	$\eta_{0.5}$	0.5960	0.6060	0.6559	0.6902	0.7073	0.7259	0.7306	0.7367	0.7437	0.7391
	$\theta_{0.9}$	0.3474	0.3412	0.3635	0.3840	0.3925	0.4038	0.4116	0.4180	0.4208	0.4206
	$\omega$	21.99	26.00	29.65	32.78	34.18	35.62	35.63	35.05	33.90	32.81
	4	H (m)		7.00	9.80	12.20	14.30	16.30	18.00	19.40	20.60
$d_{0.9}$ (cm)			10.45	13.64	16.46	18.68	20.79	22.38	23.74	25.32	26.96
$\tau$			67.00	71.86	74.12	76.54	78.40	80.42	81.72	81.35	80.13
$\eta_{0.5}$			0.6906	0.7000	0.6936	0.7167	0.7244	0.7282	0.7434	0.7495	0.7489
$\theta_{0.9}$			0.3921	0.3962	0.3962	0.4066	0.4035	0.4098	0.4203	0.4261	0.4238
$\omega$			26.27	28.47	29.37	31.12	31.64	32.96	34.35	34.66	33.96
5		H (m)	5.00	8.50	11.80	14.30	16.20	18.50	20.50	22.10	23.40
	$d_{0.9}$ (cm)	6.71	10.48	13.76	16.74	19.10	21.21	23.43	25.35	27.14	28.94
	$\tau$	74.50	81.14	85.77	85.42	84.83	87.21	87.50	87.18	86.23	83.97
	$\eta_{0.5}$	0.6803	0.6910	0.7244	0.7459	0.7525	0.7603	0.7489	0.7493	0.7556	0.7588
	$\theta_{0.9}$	0.3808	0.3859	0.4077	0.4180	0.4237	0.4230	0.4236	0.4250	0.4307	0.4344
	$\omega$	28.37	31.31	34.97	35.70	35.94	36.89	37.07	37.06	37.14	36.48



表4 相对幹形に関する諸量の値, 資料 II

Tab. 4 Values of characteristics of relative stem form for Sample II

樹木番号 No. of tree	項 目 Item	年 齢 (年)				Age (year)			
		14	16	18	20	25	30	35	39—40
11	H (m)	6.30	7.60	8.80	10.00	13.00	15.50	17.50	18.90
	$d_{0.9}$ (cm)	13.77	16.33	17.86	18.79	19.83	20.50	20.92	21.16
	$\tau$	45.75	46.55	49.27	53.22	65.55	75.62	83.64	89.30
	$\eta_{0.5}$	0.4984	0.4580	0.5230	0.5755	0.6287	0.6703	0.7000	0.7239
	$\theta_{0.9}$	0.2960	0.2849	0.3009	0.3259	0.3481	0.3813	0.3980	0.4140
	$\omega$	13.54	13.26	14.82	17.34	22.82	28.84	33.28	36.97
12	H (m)		6.80	8.50	9.80	13.00	15.90	18.30	19.80
	$d_{0.9}$ (cm)		13.92	16.00	17.72	20.68	22.00	22.80	23.45
	$\tau$		48.86	53.12	55.30	62.88	72.28	80.27	84.43
	$\eta_{0.5}$		0.5406	0.5270	0.5892	0.6207	0.6621	0.6787	0.7030
	$\theta_{0.9}$		0.3176	0.3092	0.3355	0.3472	0.3743	0.3845	0.4015
	$\omega$		15.52	16.42	18.55	21.83	27.06	30.86	33.90
13	H (m)		8.30	9.70	11.00	14.60	17.20	19.20	20.40
	$d_{0.9}$ (cm)		17.46	19.70	21.61	24.34	25.93	26.63	27.08
	$\tau$		47.55	49.23	50.91	59.99	66.32	72.09	75.32
	$\eta_{0.5}$		0.5049	0.5489	0.5793	0.5881	0.6418	0.6529	0.6702
	$\theta_{0.9}$		0.3032	0.3102	0.3278	0.3303	0.3595	0.3682	0.3823
	$\omega$		14.42	15.27	16.69	19.82	23.84	26.54	28.80
14	H (m)	6.60	8.00	9.20	10.60	13.90	16.70	18.90	20.00
	$d_{0.9}$ (cm)	15.00	17.46	19.74	21.98	24.20	25.78	26.48	26.93
	$\tau$	44.00	45.80	46.60	48.22	57.44	64.78	71.38	74.26
	$\eta_{0.5}$	0.4566	0.4964	0.5546	0.5881	0.5989	0.6387	0.6447	0.6565
	$\theta_{0.9}$	0.2851	0.3021	0.3202	0.3363	0.3463	0.3657	0.3707	0.3792
	$\omega$	12.54	13.84	14.92	16.22	19.89	23.69	26.46	28.16
15	H (m)		7.40	8.70	10.00	13.30	16.10	18.00	19.00
	$d_{0.9}$ (cm)		14.68	16.86	19.16	22.32	23.70	24.21	24.55
	$\tau$		50.40	51.61	52.19	59.58	67.92	74.34	77.40
	$\eta_{0.5}$		0.4547	0.5292	0.5650	0.5652	0.6051	0.6323	0.6574
	$\theta_{0.9}$		0.2897	0.3061	0.3246	0.3223	0.3417	0.3599	0.3773
	$\omega$		14.60	15.80	16.94	19.20	23.21	26.75	29.20

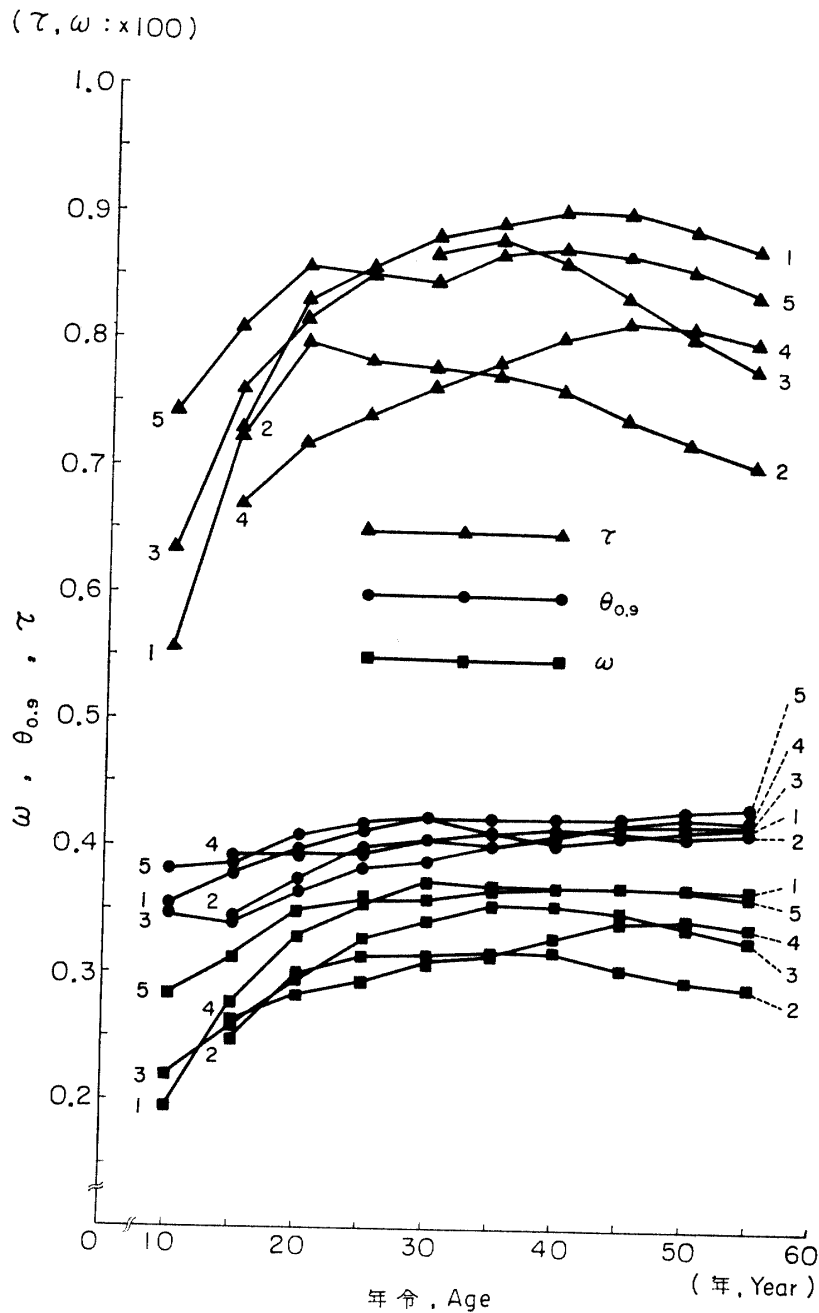


図6 τ, θ<sub>0.9</sub> および ω の年齢に伴う変化, 資料 I

Fig. 6 Change of values of τ, θ<sub>0.9</sub> and ω with age for Sample I

の関係に対して、2次式を最小自乗法によりあてはめるとつぎのようになる。

資料 I の場合：

$$\hat{\theta}_{0.9} = 0.32390 + 0.0039584t - 0.000040424t^2$$

ただし、t：年齢 ……………(12)

資料 II の場合：

$$\hat{\theta}_{0.9} = 0.20621 + 0.0068190t - 0.000054247t^2$$

ただし、t：年齢 ……………(13)

これらの関係を、両式から求めた  $\hat{\theta}_{0.9}$  の生長率とともに図示すると図8のようになる。

図8から明らかなように、資料Iにおいても、また資料IIにおいても、相対材積が年齢とともに増大する傾向は明瞭に看取することができる。ただその生長過程は資料によって異なり、資料IIでは資料Iに比べて生長率が2倍以上に大きいといえる。また相対材積の生長経過は、樹高、直径あるいは材積に比べてはるかに緩慢ではあるにしても、年齢とともに次第に増大して定値に近づく傾向を示している。ただ相対材積は、樹高や直径とは異なって一種の相対値であるから、ある年齢において極大に達したのち、再び減少する可能

表5 齡階別の相対材積, 資料 I

Tab. 5 Relative volume by age class for Samrle I

樹木番号 Tree No.	齡 階 (年)					Age class (year)				
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
1	0.3537	0.3788	0.3982	0.4143	0.4236	0.4139	0.4064	0.4110	0.4149	0.4192
2		0.3439	0.3751	0.4006	0.4061	0.4117	0.4166	0.4130	0.4097	0.4126
3	0.3474	0.3412	0.3635	0.3840	0.3925	0.4038	0.4116	0.4180	0.4208	0.4206
4		0.3921	0.3962	0.3962	0.4066	0.4035	0.4098	0.4203	0.4261	0.4238
5	0.3808	0.3859	0.4077	0.4180	0.4237	0.4230	0.4236	0.4251	0.4307	0.4344
M	0.3606	0.3684	0.3882	0.4026	0.4105	0.4112	0.4136	0.4175	0.4204	0.4221
R	0.0334	0.0509	0.0442	0.0340	0.0312	0.0195	0.0172	0.0141	0.0210	0.0218
CV(%)	4.50	5.94	4.89	3.63	3.27	2.04	1.79	1.45	2.15	2.22

M: 平均 Mean, R: 範囲 Range, CV (%) : 変動係数 Coefficient of variation

表6 齡階別の相対材積, 資料 II

Tab. 6 Relative volume by age class for Sample II

樹木番号 Tree No.	齡 階 (年)					Age class (year)		
	14	16	18	20	25	30	35	39~40
11	0.2960	0.2849	0.3009	0.3259	0.3481	0.3813	0.3980	0.4140
12		0.3176	0.3092	0.3355	0.3472	0.3743	0.3845	0.4015
13		0.3032	0.3102	0.3278	0.3303	0.3595	0.3682	0.3823
14	0.2851	0.3021	0.3202	0.3363	0.3463	0.3657	0.3707	0.3792
15		0.2897	0.3061	0.3246	0.3223	0.3417	0.3599	0.3773
M	0.2906	0.2995	0.3093	0.3300	0.3365	0.3645	0.3762	0.3909
R	0.0009	0.0327	0.0193	0.0117	0.0258	0.0396	0.0381	0.0367
CV (%)	0.18	4.69	2.68	1.52	3.30	4.67	4.35	4.04

M: 平均 Mean, R: 範囲 Range, CV (%) : 変動係数 Coefficient of variation

( $\tau, \omega : \times 100$ )

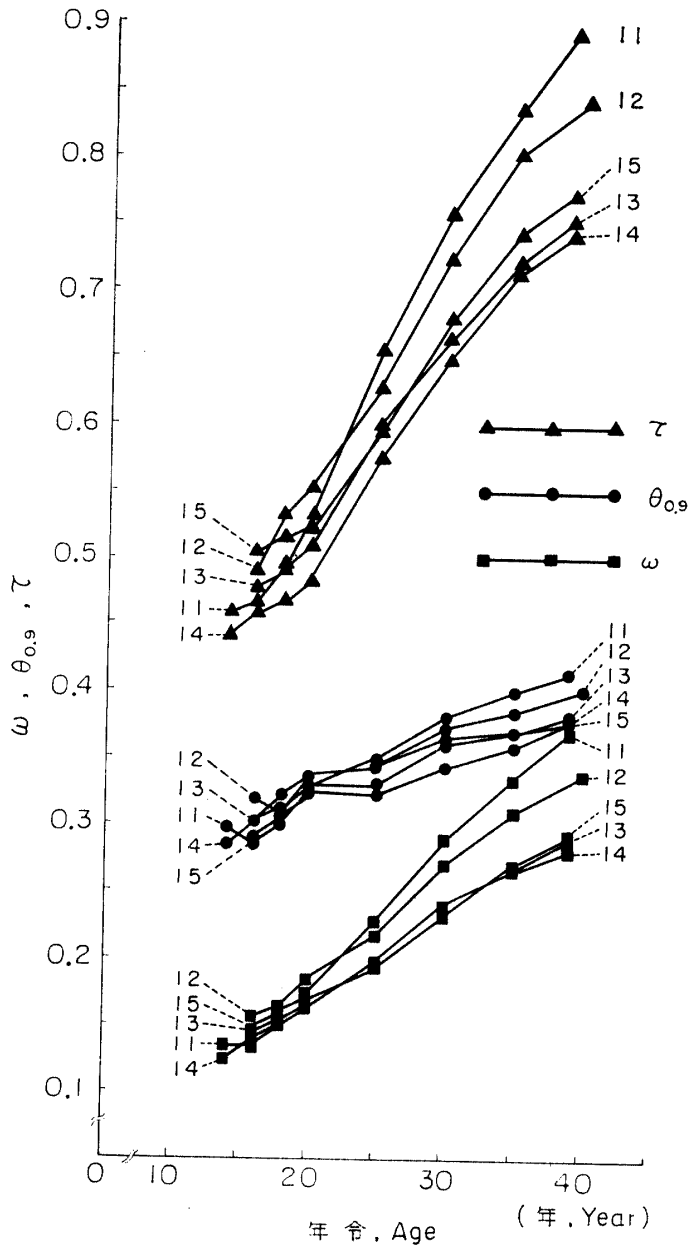


図7  $\tau, \theta_{0.9}$  および  $\omega$  の年齢に伴う変化, 資料 II  
 Fig. 7 Change of values of  $\tau, \theta_{0.9}$  and  $\omega$  with age for Sample II

性も考えられる。この点は本研究の資料の範囲では明らかにすることはできない。

つぎに、相対材積  $\theta_{0.9}$  と相対直径  $\eta_{0.5}$  との間には、年齢を超越して、つぎの関係がなりたつ。

資料 I の場合：

$$\hat{\theta}_{0.9} = 0.42820 - 0.69343 \eta_{0.5} + 0.91870 \eta_{0.5}^2 \quad \dots\dots(14)$$

資料 II の場合：

$$\hat{\theta}_{0.9} = 0.36847 - 0.60066 \eta_{0.5} + 0.92278 \eta_{0.5}^2 \quad \dots\dots(15)$$

これを図示すると図9のようになる。明らかに両者の関係はきわめて密接であって、相対直径  $\eta_{0.5}$  の増加に伴って、相対材積は指数関数的に増大するといえる。なおこの結果から相対直径  $\eta_{0.5}$  を相対材積の推定に応用できることがわかる。

む す び

相対材積は幹の核である基幹体の体積を示すものであって、樹高および基準直径とともに、幹材積の3つの構成要素をなすものである。したがって相対材積は幹の幾何学的形状を明らかにする指標として有用であるばかりでなく、単木や林木の幹材積の生長を解析的に研究する場合における要因として重要である。さらに樹高と基準直径との比と積の形で併用すれば、相対材積は幹の完満度をあらわすことができる。

相対材積はまた樹高や基準直径に対して独立であるという性質の他に、一つの林分の、一定の時点においては、きわめて小さい変動しか示さないという長所をもっている。これらの性質は、林分構造の解析における相対材積の有効性をさらに大きくするものである。

相対材積の生長についてはいままで明らかでなかったが、この研究によって、人工同齡林分では、相対材積が、樹高や基準直径と同様に生長すること、すなわち幹の幾何学的形状が年齢とともに発達することが明らかにされた。しかしその生長は樹高や基準直径に比べれば緩慢である。またその本質から考えて、相対材積は負の生長を示す可能性も予想される。さらに相対材積の生長過程は林分によって異なるといえる。これはきわめて興味深い事実であって、植栽密度、間伐の強弱および間隔、枝打の程度等の施業方法が、樹木の個性と相並んで、幹の幾何学的形状の発達に影響することを示している。

引用文献

- 1) 大隅真一：幹形に関する研究 (1), 相対幹形について。日本林学会誌, 41 (12), 1959.
- 2) 梶原幹弘：正形数の推定とその林分材積測定への応用について。日本林学会誌, 51 (3), 1969.
- 3) NAGEL, D. : Untersuchungen über die Formentwicklung des Fichtenschafes.

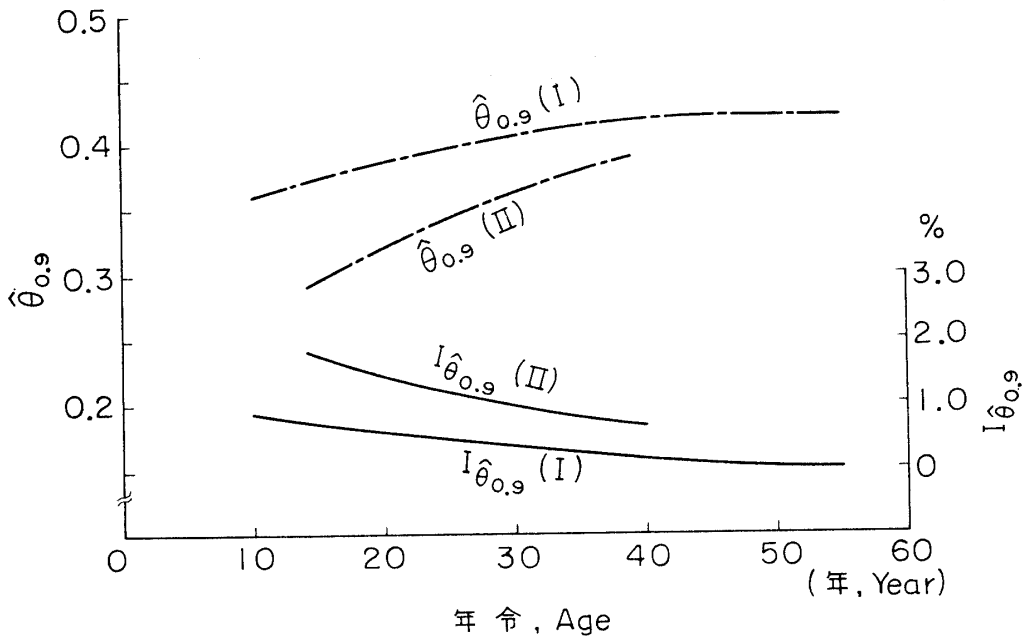


図8 相対材積の生長および生長率

Fig. 8 Growth of relative volume and its increment percent.

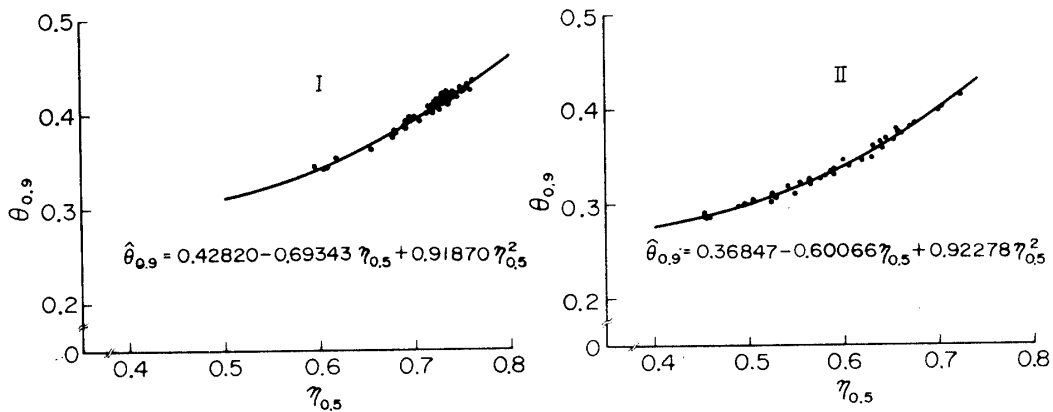


図9 相対材積と相対直径  $\gamma_{0.5}$  との関係.

Fig. 9 Relation between relative volume and relative diameter  $\gamma_{0.5}$ .

Allg. Forst u. Jagdz. 140 (2), 1969.

- 4) 大隅真一ほか：森林計測学。養賢堂，東京，1971.
- 5) OSUMI, S.: Notions générales du volume

relatif de tige et son accroissement. Joint meeting of IUFRO S4.01 and S4.02, Nancy, 1973.

**Summary**

Let us consider a stem which has the total height of  $h$  and the diameter of  $d_{0.9}$  at nine-tenths of the total height from the top.  $d_{0.9}$  should be called the normal diameter in this report. Now, we generally express the stem curve by the function  $Y=F(X)$ , where  $Y$  is radius at distance of  $X$  from the top. When

we put  $x=X/h$  and  $y=Y/d_{0.9}$  in the above formula, we have the relative stem curve. Revolving the relative stem curve around its X-axis, we obtain a solid, in which both the height and the diameter at distance of nine-tenths are equal to 1. We will call such a solid the "fundamental body", and its volume

the relative volume, which is given by

$$\theta_{0.9} = \pi \int_0^1 \{f(x)\}^2 dx$$

As the actual stem can be regarded as the fundamental body expanded by  $h$  times for the height and  $d_{0.9}$  times for the diameter, its volume can be expressed by

$$v = h d_{0.9}^2 \theta_{0.9}$$

The form of the vertical profile containing the axis of the fundamental body is nothing but the relative stem form. Therefore, the relative volume is useful as an index of the relative stem form. On the other hand, the actual form of the stem is given by the relative stem form in conjunction with the ratio of the height to the normal diameter, as shown in Fig. 1. When we make the product

$$\omega = \tau \theta_{0.9}$$

where  $\tau = h/d_{0.9}$ ,  $\omega$  may effectively express the tapering grade in the actual stem form.

From its determination, the relative volume is independent of both the height and the normal diameter. Therefore, the volume of a stand which is composed of the number of trees of  $N$  is given by

$$V = \bar{\theta}_{0.9} \sum_{i=1}^N h_i d_{0.9i}^2$$

where 
$$\bar{\theta}_{0.9} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \theta_{0.9i}$$

This relation is advantageous for analysing the stand structure.

In order to make clear the process of growth of the relative volume, we chose 5 sample trees from each of two artificial and even aged stands of *Cryptomeria japonica*, as shown in Tables 1 and 2, and to each of them,

we applied the method of the stem analysis to get the data necessary to estimate the stem curves in the past. The polynomial of degree five adopted as the stem curve and fitted to the data of each age class of each sample tree through the least square method. The estimated stem curves are shown in Fig. 2 and 3. They were then reduced respectively to their relative stem curves, on which the examples of the relative stem form are shown in Fig. 4 and 5.

The relative volume and the other characteristics of the stem form were calculated for every age class of every sample tree, and listed in Tables 3 and 4. Among them, the values of the relative volume were rearranged by age class in Tables 5 and 6.

Using the mean values of relative volumes by age class, we obtained the growth curves of the relative volume, as presented in Fig. 8. From the results, it may be recognized that the relative volume of stem increases with age, approaching a upper limit, and that the processes of growth are different from each other by stands. It may, however, be possible that the relative volume first increases with age, and then, after reaching its maximum at a relatively higher age, decreases gradually. From Fig. 7, it is further recognized that the variation in the process of growth of the relative volume among stems is, in a even aged stand, much smaller than that of  $\tau$  and  $\omega$ .

Further more, the relation between  $\theta_{0.9}$  and the relative diameter at the middle  $\eta_{0.5}$  is so close that we may estimate the value of  $\theta_{0.9}$  by measuring  $\eta_{0.5}$ , as shown in Fig. 9.