

ビッターリッヒ法に関する研究

大 隅 真 一

SHINICHI OSUMI : Studies on the Bitterlich method.

摘 要 W. Bitterlich により考案せられた林分断面積推定法および林分形状高の直接推定法をあわせてビッターリッヒ法と呼び、それによる林分材積の推定法について理論的実験的考察を行なった。

第1章 ビッターリッヒ法の概要

一般にビッターリッヒ法と呼ばれている林分断面積推定法にはいろいろの解釈がある。

Bitterlich による WZP の展開過程には2つの段階を画することができるが、結局は可変プロット法と解釈することができるであろう。

プロット面積を林木の胸高断面積に比例せしめるという可変プロット法のすぐれたアイデアは、標本抽出をして、プロット設定の煩わしさから解放したが、同時に WZP の標本抽出法としての性格を理解することを困難ならしめた。

Prodan は WZP の単位を最大木の胸高断面積に対応する円プロットにとって、その内部に含まれる林木の位置的分布が正しく均等であるとき、WZP が成立することを証明した。現実の林分は一般にこのような状態にないため、WZP による推定は誤差を伴うが、彼はこの誤差を不均質誤差と名づけた。

Grosenbaugh のポイントサンプリングは、それがビッターリッヒ法としてはじめてわが国に紹介された関係もあって、WZP 自体と同一視されているようであるが、これは本来区別せらるべきものであろう。

第2章 WZP の確率論的解釈

WZP の性格を確率論的に考察した。

クロネによる占有面積を理論にとり入れるため、均質林分のモデル(A)、および不均質林分のモデル(B)を設定した。

まずモデル(A)において、Prodan と同じく、最大カウント木に対する円プロットを単位にとり、その中心点における各直径階の WZP カウント数の分布法則を導いた。

それは式(2-10)のような Hypergeometric function で示される。総カウント数の平均は式(2-20)のようになり、これに対して WZP が成立する。不均質誤差はこの分布における分散式(2-21)、実用的には式(2-21)'' によって示される。

不均質誤差の大きさについて次の諸点が明らかになった。

- (1) 不均質誤差は単位面における林木の占有密度が高いほど小さい。
- (2) 不均質誤差の分散は断面積常数に反比例する。
- (3) 不均質誤差の百分率標準誤差は断面積常数の平方根に比例する。

単位面をさらに大きくとっても WZP は成立する。林面全体を単位にとることもできる。その場合は、林分が均質である限り、不均質誤差は抽出誤差によっておきかえられる。単位面が大きくなるほど、カウント領域率が小さくなるから、抽出誤差の分散は大きくなる。林分面積が充分大きくなれば、カウント領域率は無視できるから、分散は式(2-31)' で与えられる。

林分全体を単位にとった場合の WZP のカウント数の分散(不均質誤差の分散)の理論値と、標本抽出によって得られるその推定値とを比較することによって、林分の均質性がテストせられる。

つぎにモデル(B)について考察した結果、不均質林分についても、単位面内における林木のあらゆる可能な位置的分布に対するカウント数の平均として、WZP が成立することが明らかにされた。

第3章 WZP による標本調査

WZP による林分調査には2つの形式が考えられる。林面全体を単位面と考えると無限形式になり、標本は林分全体から、視準面の重なりを考慮することなく、任意に抽出すればよい。これに対し、最大木の直径に対応する円プロットをWZPの単位面にとると、林分はこれらプロットの集合として有限母集団とみなされ、普通の定面積プロットの場合と同じく有限形式となる。誤差の推定は、無限形式では式(3-2)、有限形式では式(3-9)による。

断面積常数の選択は調査の精度に影響を及ぼす。多くの実験的研究によれば、一般に断面積常数 k_4 がもっとも偏りの少ない結果を与える。しかしこれは壮令林についていえることで、林木平均直径との関連において、さらに詳しく研究されることが望ましい。

カウント数の変動係数は、不均質誤差の百分率と同じく、断面積常数の平方根に比例する。

功程面からみると、標本の大きさを断面積常数に比例せしめるかぎり、断面積常数による調査所要時間の差はないものと考えられる。

結局断面積常数は、結果に偏りを生じないかぎり、任意に選ぶことができる。この場合、Bitterlich が示した“10~20本のカウント数が得られるような断面積常数”は1つの基準となる。

第4章 林分形状高の推定

シュピーゲルレラスコープによるときは、望高法に基づいて立木の形状高を簡単に測定することができる。これは精度面からも功程面からも、充分実用に堪えることが明らかにされた。

林分形状高を推定するには、Bitterlich に従って、B-Population からの任意標本によるのがもっとも合理的でありまた簡単である。B-Population とはWZPにおけるカウント木の集合として想定される母集団であって、現実母集団における本数分布を断面積によって重みづけたものと考えてよい。林分形状高は単木の形状高の断面積による加重平均と考えられ、その推定は、現実母集団からの任意標本によるときは、比推定形式によらなければならないが、B-Population では、標本抽出過程において、断面積による加重が自動的に行なわれるから、単なる算術平均を計算するだけで充分である。

第5章 ビッターリッヒ法による林分材積の推定

ビッターリッヒ法をもっとも能率よく実行するには、シュピーゲルレラスコープを用いて、林分胸高断面積を推定すると同時に、カウント木の中から、一定の間隔で形状高標本を抽出し、それについて形状高を測定することによって、林分形状高を推定し、両者の積として林分材積を推定するのがよい。誤差の推定は、無限形式の場合は式(5-2)、有限形式の場合は式(5-3)によって与えられる。

直径級別材積を推定するには、それぞれの直径級の断面積の推定値に、B-Population による当該直径級の平均形状高をかければよい。

WZP による標本調査には、シュピーゲルレラスコープを林分断面積、形状高および距離測定に利用し、3人を1組として、系統的抽出を行なうのがもっとも能率的であろう。

作業の功程を大きく左右するものは、1本当たり約2分を要する形状高の測定である。したがって形状高標本は、できるだけ小さくするほうがよい。

結論として、WZP に林分形状高を組み合わせた林分材積推定法は、決して略算法的な性格のものではなく、すぐれた方法として広く推奨することができる。またWZP は単に林分断面積の推定だけでなく、林分構造の解析に対しても応用の可能性をもっている。

内 容

| | | |
|---------------------------------|-----|----------------------------|
| 緒 論 | 22 | WZP の成立と不均質誤差 |
| 第1章 ビッターリッヒ法の概要 | 221 | 理論的考察 |
| 11 Bitterlich の WZP. | 222 | 実験的考察 |
| 12 Prodan の証明 | 23 | 理論の拡張 |
| 13 Grosenbaugh のポイントサンプリング (PS) | 231 | 均質林分における WZP の成立—モデル(A)の場合 |
| 14 総括的論議 | 232 | 林分の均質性判定に対する応用 |
| 第2章 WZP の確率論的解釈 | 233 | 不均質林分についての考察—モデル(B)の場合 |
| 21 モデルの設定と均質性の意義 | | |

| | |
|-----|--|
| 合 | |
| 234 | WZP と PS. |
| 第3章 | WZP における標本調査 |
| 31 | 標本調査の方法 |
| 311 | 林分全体を単位とする場合—無限形式 |
| 312 | 最大木に対応する拡大円プロットを WZP の単位面とし、それを抽出単位とする場合 —有限形式 |
| 313 | 無限形式と有限形式との精度の比較 |
| 32 | 調査の精度 |
| 321 | 系統的誤差—測定値の偏り |
| 322 | 不均質誤差と、カウント数の変動係数 |
| 33 | WZP の功程 |
| 34 | 断面積常数の選択 |
| 第4章 | 林分形状高の推定 |
| 41 | 望高法とその適合性 |
| 42 | シュピーゲルレラスコープによる立木形状高 |

結 論

論題におけるビッターリッヒ法とは、単に Winkelzählprobe (WZP) による林分断面積の推定法だけでなく、それにもとづく林分材積の推定までも含んでいる。しかし本文中においてビッターリッヒ法（略して B-法）というときは、一般に用いられているように、ビッターリッヒにより提出された WZP ならびにその発展形式たるポイントサンプリング(Point sampling, 略して PS) による林分断面積測定法を包含するものとする。

WZP はきわめて機動性に富んだ林分断面積測定法として注目され、それに関する数多くの理論的、実際的研究が行なわれている。アメリカでは WZP は Grosenbaugh¹⁴⁾ によって、より一般的な確率論的意義を与えられ、PS として発展せしめられた。わが国に B-法として最初に紹介せられたのはこの PS であり、従来の諸研究も多くこの立場においてなされてきたようにみえる。しかし B-法には Bitterlich 自身によるその本来の考え方以外に、いろいろの解釈が与えられている。同一の方法にいろいろの解釈が行なわれるのは、WZP のもつ性格の複雑性のためである。その複雑な性格を明らかにし、解釈の統一をはかることは興味あることでもあり、また實際上必要なことでもある。本論文ではまずこの観点から B-法に対する考察を加える。

B-法は本来標本調査である。そこでは母集団の性格の把握、断面積常数の選択が基本的な問題として提示されよう。WZP にあっては、古典的な森林標本調

| | |
|---------|--------------------|
| の測定 | |
| 421 | 形状高測定の精度 |
| 422 | 形状高測定の功程 |
| 43 | 林分形状高の推定 |
| 431 | 林分形状高の性格 |
| 432 | 比推定 |
| 433 | B-Population による推定 |
| 第5章 | ビッターリッヒ法による林分材積の推定 |
| 51 | 林分材積ならびに直径級別材積の推定 |
| 52 | 調査の実行 |
| 521 | 調査方法の概要 |
| 522 | 調査の功程 |
| 結 論 | |
| 文 献 | |
| Summary | |
| 付 表 | |

査法と異なり、母集団を構成する個体の性格を把握することが必ずしも容易でなく、WZP の本質に対する解釈と相関連して、いろいろの論議を招くに至った。これを大別すれば無限母集団の立場と、有限母集団のそれとなるだろうが、それぞれの内部においてもなお見解の異なるように思える。また断面積常数の大きさは調査の精度に大きな影響を及ぼすものと考えられ、その選択は WZP の実行上最大の関心事でなければならない。従来これに関する研究報告も少なくないが、必ずしも明確な結論は得られていないように思える。本論文では第2に WZP 実行の立場から、これらの点について考察を試みる。

B-法によって得られるものは林分断面積である。これから林分材積を求めるには、またその手段が講ぜられねばならない。これについては単木材積表あるいは林分材積表の利用が研究せられていて、その成果にもみるべきものがある。Bitterlich はこれらとは別にそのシュピーゲルレラスコープ (Spiegel-Relaskop) によって、望高法に基く単木形状高の測定の可能性を与えた。これは B-法における B-Population と結合されるとき、林分形状高の明快な推定法を与える。本論文においては第3にシュピーゲルレラスコープによる林分形状高の推定について考察する。

最後に以上の結果を総合することによって、ビッターリッヒ法による林分材積の推定法を与えるとともに、標本点の設定、林分断面積、形状高の測定などにおけるシュピーゲルレラスコープの応用について実験的検討を加え、同時にその功程を明らかにしたいと思う。

筆者はさきに(1961年)ビッターリッヒ法に関する既往の論文を統合し, "Bitterlich 法による林分材積の推定に関する研究" と題してとりまとめたが, 公表の機会をえなかった. 本論文の内容はそれに再検討を加えるとともに, 新しい実験および考察の結果をつけ加えて書きなおしたものである.

いろいろとご指導ご援助をいただいた京都大学岡崎文彬教授, 京都府立大学重本勝教授, および試験の実施にあたってご協力下さった多くの方々, ならびに既発表の論文に対し有益なご批判, ご意見をいただいた方々に対し, 厚くお礼を申し上げる.

第1章 ビッターリッヒ法の概要

11. Bitterlich の WZP

1947年, Bitterlich³⁾は"Winkelzählmessung" と称する新しい林分断面積の推定法を発表した.

等直径を d (cm 単位) 幹距を a (m 単位) とする林木の正三角形結合を仮定するとき, このような林木の ha 当り林分断面積は,

$$G_{(ha)} = \frac{\pi}{4} d^2 \cdot \frac{10000}{a^2 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3}} \cdot \frac{1}{10000} = \left(\frac{d}{a}\right)^2 \cdot \frac{\pi}{2\sqrt{3}}$$

$$\approx \left(\frac{d}{a}\right)^2 \cdot 0.9 \quad \dots\dots\dots(1-1)$$

したがって比 d/a を測定すれば, ha 当り林分胸高断面積が求められる. この比を彼は Winkelzahl と名づけた.

一般には a も d も一定ではなく, したがって等直径の正三角形結合の林分は現実には考えられない. しかし数多くの林木について d/a を測定し, これを平均すれば, 上の関係は平均的に満たされるであろう.

彼は長さ 1m の棒の先に, cm 目盛の長さ 20cm の尺度をとりつけた器具 (Relaskop) をつくり, これを用いて任意の 1 本の木の傍に立ち, 隣接する何本かの木の胸高を視準することによって Winkelzahl を測定した. この場合 a は棒の長さ に比例するから, これを 1 とすると, 視準木の胸高直径を正確に被う尺度の目盛を読めば, それは直ちに Winkelzahl を (厳密に言えば近似的に) 与える. これらの平均の二乗に 0.9 を乗ずれば, ha 当り林分断面積が得られることになる.

しかしこの方法では Winkelzahl をいちいち測定せねばならぬ不便がある. 彼はこの点についてさらに改良を試みた⁴⁾.

上述の正三角形結合を半径 $r=na$ (n : 任意の正数) なる円で区分すると, この円内の本数は,

$$Z = \frac{(na)^2 \pi}{a^2 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3}} = n^2 \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \approx 3.6n^2$$

この円の円周上にある木の直径 (定直径 d) と, 円の半径との比を W_g とおくと,

$$W_g = \frac{d}{na} = \frac{W}{n} \quad \dots\dots\dots(1-2)$$

この W_g を Grenzwinkelzahl と名づけ, これに対して先に単に Winkelzahl と呼んだ $W=d/a$ を Grundwinkelzahl と名づけた. しかるときは,

$$Z = 3.6 \left(\frac{W}{W_g}\right)^2$$

式 (1-1) を用いて W を消去すれば, $Z = 4G_{(ha)}/W_g^2$, したがって

$$G_{(ha)} = Z \cdot \frac{W_g^2}{4} \quad \dots\dots\dots(1-3)$$

$W_g = 2$ とれば,

$$G_{(ha)} = Z \quad \dots\dots\dots(1-3)'$$

すなわち一定の Grenzwinkelzahl に対応する円内の本数は ha 当り林分断面積に比例する.

以上においては, 等直径の正三角形結合が仮定せられたが, 円内の本数は正三角形結合を崩しても変わらないから, 式 (1-3) は等直径の林木の任意の結合に対して成立する. いろいろの大きさの直径より成る林木については, それぞれの直径に対して, 別々に上述の関係が成立することに着目する. $na=d/W_g$ であるから, W_g を一定として, 各直径の, それぞれの大きさに応ずる円内の本数を数え, それらの合計に $W_g^2/4$ を乗ずれば, そのような林分 1ha 当りの林分断面積が得られる.

これを実行するにはいわゆるレラスコープを用いればよいが, Bitterlich はさらに, 傾斜地における実行を容易にするため, Pendel-Relaskop, ついで Spiegel-Relaskop を考案した⁵⁾¹⁰⁾⁴⁰⁾.

以上が Bitterlich 自身による WZP 理論の最初の展開過程であるが, 上述の最後の段階は次のように解釈できる. 林内の定点を中心として, 周囲の各樹幹に対して, それぞれの胸高直径の定数倍を直径とする円形プロットを考える. しかるときはその点を中心とする多数の同心円プロットを想定することができる. 各樹幹は相対応するプロット内においてのみ測定の対象とせられ, それぞれのプロット面積を介して, ha 当り断面積に換算せられるものとすれば, 各樹幹に対するこれらの値の合計として ha 当り林分断面積が得られることになる. これはすなわち可変プロット法 (Variable plot radius method or variable plot method) の考え方であって^{30)54)etc}, WZP に対する 1 つの解釈である. Bitterlich⁵⁹⁾自身も最近 "Variable Probekreise" なる言葉を使用して, "WZP はその性格からみて, 樹幹の断面積に比例する面積を有する円形プロット法の 1 種" であると述べている.

以上いずれも、プロット内断面積を全林に拡大せんとする普通の定面積プロット法と同じ思想に立つといえるが、プロット面積を樹幹の胸高断面積に比例せしめる点に新しいアイデアがある。このアイデアは標本抽出法をしてプロット設定の煩わしさから開放したが、同時に他の複雑な問題を持ち込んだ。それはWZPにおける調査単位（抽出単位）とその集合としての母集団の性格と大きさに関する問題である。これについては第3章において論述する。

12. Prodan の証明

Bitterlich⁹⁾はWZPにおける誤差源として、限界木の取捨、林木が互に視準を妨害すること、WZPの標本調査法としての性格に基く標本誤差などをあげているが、Prodan¹⁴⁾はこれらの誤差源を除いてもなお残存する他の誤差があることに注目し、WZPの性格と精度について考察した結果、WZPの成立に関する1つの証明を提出した。彼の証明は $W_g^2/4=1$ なる場合についてであるが、一般にこれを k^* とおいて彼の証明を引用してみよう。

林内の定点を中心とし、断面積常数 k においてカウントせられる木のうち、最大直径階を d_i とすると、 d_i に対する円プロットすなわち最大プロットの半径は $50d_i/\sqrt{k}$ 。この最大プロット内における直径階 d_i ($i=1, 2, \dots, l$) の本数を n_i 、 $N_B = \sum_{i=1}^l n_i$ とし、これらの林木が最大円プロット内に均等に (Statistisch homogen) 分布するものとする。 d_i の相対本数を h_i とすると、 $h_i = n_i/N_B$ 、 $\sum_{i=1}^l h_i = 1$ 。WZP によってカウントされる本数を N とすると、最小直径階 d_1 に対する拡大円内にあっては、すべての直径階の木が数え上げの対象となり、その本数は、

$$\frac{2500\pi d_1^2/k}{2500\pi d_i^2/k} \cdot N_B = \frac{d_1^2}{d_i^2} \cdot N_B$$

d_2 に対する拡大円と、 d_1 に対するそれとの間の Ring (d_2-d_1) 上では、 d_1 の林木はもはや数え上げの対象とはならず、したがってこの Ring 上での相対本数は $1-h_1$ 、ゆえにこの Ring 上でカウントせられる本数は、

$$\frac{2500\pi(d_2^2-d_1^2)/k}{2500\pi d_i^2/k} \cdot (1-h_1) \cdot N_B$$

$$= \frac{d_2^2-d_1^2}{d_i^2} \cdot N_B(1-h_1)$$

以下同様にして、

$$N = \frac{N_B}{d_i^2} \left\{ d_1^2 + (d_2^2-d_1^2)(1-h_1) \right.$$

$$+ (d_3^2-d_2^2)(1-h_1-h_2) + \dots + (d_l^2-d_{l-1}^2)$$

$$\left. \times (1-h_1-h_2-\dots-h_{l-1}) \right\}$$

$$= \frac{N_B}{d_i^2} (h_1 d_1^2 + h_2 d_2^2 + \dots + h_l d_l^2) = \frac{N_B}{d_i^2} \sum_{i=1}^l h_i d_i^2$$

$\sum h_i d_i^2$ は断面積平均木の直径の2乗にほかならないから、これを d_m^2 とおくと、

$$N = N_B \cdot \frac{d_m^2}{d_i^2} \dots \dots \dots (1-4)$$

一方このような構成の林分の ha 当り林分断面積は、

$$G_{(ha)} = N_{(ha)} \cdot \frac{\pi}{4} d_m^2$$

$$N_{(ha)} = N_B \cdot \frac{10000}{2500\pi d_i^2/k} = N_B \cdot k / \frac{\pi}{4} d_i^2$$

したがって、

$$G_{(ha)} = \frac{N_B k}{\frac{\pi}{4} d_i^2} \cdot \frac{\pi}{4} d_m^2 = k \cdot N_B \cdot \frac{d_m^2}{d_i^2} = kN$$

\dots \dots \dots (1-5)

あるいは式 (1-4) から、最大円プロット内の断面積合計は、

$$G = \frac{\pi}{4} d_i^2 N = g_i N \dots \dots \dots (1-6)$$

ただし $g_i = \frac{\pi}{4} d_i^2$

これより、

$$G_{(ha)} = \frac{10000}{2500\pi d_i^2/k} \cdot \frac{\pi}{4} d_i^2 N = kN$$

以上の証明での仮定は、最大円プロット内での林木配置が "Statistisch homogen" であることである。ここに "Statistisch homogen" であるとは、与えられた林木が、林面に無作為にばらまかれたあらゆる可能な場合のうち平均的状态を意味するものと解せられる。したがってこの仮定が成立しないときは、推定に誤差を生じる。Prodan はこの誤差を不均質誤差 (Inhomogenitätsfehler) と名づけ、その大きさとして経験的に平均 $\pm 1 \sim 8\%$ を与えている。

Prodan はこのほかの誤差として、限界木の視準困難に基づく誤差を $\pm 4\%$ 、林木相互の視準妨害による誤差 $\pm 2\%$ および標本誤差をあげている。他方彼の証明はカウント木中の最大木に対する円プロットを単位としてなされ、その内部において考えられる不均質誤差のほかに、標本誤差を考えている事実は、彼がWZPによる林分調査において、最大木に対する円プロットを抽出単位とする有限母集団を考えていることを示唆している。彼はこのことを明瞭に述べてはいない。ただ彼は上の円プロットのことを "Der idelle Probekreis der Winkelzählprobe" と呼んでいる。

13. Grosenbaugh のポイレトサンプリング

アメリカの Grosenbaugh¹¹⁾はWZPに "一種独特

* $k = W_g^2/4$ を Grosenbaugh (後述) は断面積常数 (Basal area factor) と呼んだ。この語は一般によく用いられているので、本論文でも以下これを用いる。

の確率論的概念を与え、それによって本法をもっとも一般的な標本抽出法としてアメリカの事情に対して実用化した”³⁹⁾。これは古くからアメリカに存在していた Point sampling technique のレラスコープの応用による実用化とみられるものであって、日本にビッターリッヒ法として最初に紹介されたのはこの Point sampling であった¹²⁾。

林面 T 上に分布する林木のそれぞれの胸高直径に対して、その p 倍を直径とする拡大円の存在を想定し、 T 上に N 個の点を無作為に落したとき、第 i 点が n_i 個の拡大円上に落ちたとし、 $\sum_{i=1}^N n_i = n$ とすると、 n/N は落された N 個の点を包む拡大円の総数の、点の総数に対する比である。ただし同一の拡大円上に、2 個以上の点が落ちてきつかなえない。 N を一定として、このような点を落とす試みを続けていく場合を考えると、その期待値 $E(n)$ を考えることができる。しかるときは、

$$\text{拡大円の面積合計} = T \times \frac{E(n)}{N}$$

拡大円の面積は胸高断面面積の p^2 倍であるから、

$$G = T \times \frac{E(n)}{N} \times \frac{1}{p^2}$$

T を 1 ha にとれば、

$$G_{(ha)} = \frac{10000}{p^2} \times \frac{E(n)}{N} \dots\dots\dots(1-7)$$

$10000/p^2 = k$

とおけば、これは先に述べた断面積常数である。すなわち、

$$G_{(ha)} = k \frac{E(n)}{N} \dots\dots\dots(1-8)$$

一般には $E(n)$ の代りにただ 1 回の試行によって得られる n を用いる。したがって

$$G_{(ha)} \rightarrow k \frac{n}{N} \dots\dots\dots(1-8)'$$

つぎに見方をかえて、林面 T 上における点の集合について、拡大円の重なり数に関する点の測度を考えると、そこにはこのような量に関する無限母集団を想定することができる。第 i 点における拡大円の重なり数を b_i 、母平均を \bar{b} とすると、 T 上における拡大円の総面積は $T\bar{b}$ 、したがって

$$G = \frac{T\bar{b}}{p^2}$$

T を 1 ha にとれば、

$$G_{(ha)} = \frac{\bar{b} \times 10000}{p^2} = k\bar{b} \dots\dots\dots(1-9)$$

ここに \bar{b} は式(1-7)における $E(n)/N$ に相当する。

\bar{b} の推定値を $\bar{b} = \frac{\sum_{i=1}^N b_i}{N}$ とすれば、

$$G_{(ha)} \rightarrow k\bar{b} \dots\dots\dots(1-9)'$$

上には与えられた林木構成、与えられた林木配置に

対して、点の有する拡大円の重なり数を考えた。すなわちこの場合は拡大円相互の相対位置は変わらず、点だけが無作為に動くと考えてよいであろう。これに対して平田⁴³⁾は充分広い平面 T 内に固定された定点 P_0 を考え、この T の中で、 N 個の大きさ k_i なる円 i ($i=1, 2, \dots, N$) をそれぞれランダムに動かしたとき、 P_0 点が包まれる円の数を B_j とおき、その母平均 M_B と母分散 $V(B)$ とを次のように推定した。

$$M_B = \sum k_i / T = K/T, \quad (K = \sum_{i=1}^N k_i) \dots\dots\dots(1-10)$$

$$V(B) = M_B - M_B^2(1 + C_k^2)/N \dots\dots\dots(1-11)$$

ただし C_k : k_i の変動係数

$C_k^2 \ll 1$, $M_B \ll N$ のときを考えることにすれば、 $V(B) \approx M_B$ となって、 $\{P_j\}$ の分布はポアソン型とみなされ、 M_B が大きくなると正規型に近くなる。

この考え方は全林木を、その占有面積は無視して、ランダムに動かすときの、定点 P_0 の有する拡大円の重なり数の平均から林分断面積を求めんとするものである。この場合は拡大円のランダムな運動が考えられており、したがって拡大円相互の相対位置も変化することになる。この場合に想定される母集団は、このようなランダムな運動の過程での、拡大円のあらゆる位置的分布において、定点がとるカウント数の集合であると考えられる。

14. 総括的論議

以上述べたところは WZP に関する代表的な考え方である。いいかえれば定点の周りにおいて、一定の角度幅よりも大きく見える木の数の合計が、どうして林分の単位面積当りの胸高断面積合計につながるかということに対する説明の主なものである。

Bitterlich が WZP を考案する動機となったものはプロットを現地に設定することの煩わしさから脱却しようとするにであったと思われるが、プロットという面積的な観念からは解放されなかったとみられる。それは彼の方法がいわゆる可変プロット法によって説明されるものであるからである。それは一般の定面積プロット法に比べて、プロットの大きさが測定対象木の胸高直径自体に比例する点において異なるだけで、プロット面積を介して林分全体に拡大される点では両者は本質的に同じであるといえる。

WZP におけるすぐれた着想は、林分調査をしてプロットの設定や、輪尺による直径測定の際の煩わしさから解放したが、同時にまた困難な問題をもたらしたといえる。調査にあたってプロットの限界があたえられず、観測点を中心として周囲の林木全体が観測の対象になるということは、可変プロット法の立場を忠実に守ろうとする人々に対して、抽出単位をどのように定める

かという重大な問題を提起したといえる。このことについては第3章で触れることにする。

可変プロット法は観測点の周囲に、各直径に対応するいくつもの同心円プロットを想定するものであるから、各直径に対応する断面積は、それぞれ対応するプロットの内部においては正しく推定されるが、それを外部に向って拡大した場合には誤差を生じる。この点を明確に示したのが Prodan の証明であるといえよう。彼は最大円プロットを単位にとって、その単位面内の林木配置が均等であるかぎりにおいて WZP が正しく成立することを証明した。しかし彼の証明は単位面を任意にとっても成り立つ。すなわち彼の証明は、観測点の周囲における林木の配置が均等であるかぎりにおいて、WZP が正しい林分断面積を与えることを示している。一般にはこのような林分は実在しないといつてよく、したがって WZP は不均質誤差を伴うことになる。

Prodan の証明はまた、林分を一定の大きさの単位面の集合と考え、不均質誤差の範囲内において、これら単位面内の胸高断面積合計（またはその密度）を輪尺の代りに WZP により推定することにより、それらの合計としての林分断面積を推定し得ることをも示している。先に言及したとおり、おそらくこれが Prodan 自身によって理解された WZP による標本調査の性格であったであろう。そしてこれは筆者自身⁶⁷⁾がかって支持したところのものであった。本論文では、次章におけるさらに詳細な考察の結果、これは WZP による調査形式の1つとして示され、WZP 自身の本質は他にあることが明らかにされるであろう。

Grosenbaugh のポイントサンプリングが WZP を古典的な Dot grid 法の観点から解釈しようとした結果導かれたことは先に述べたところから明らかである。この場合 Dot grid 法の立場にあくまで忠実であろうとすると、比 $E(n)/N$ を考えるべきであるが、Grosenbaugh におけるように、同じものを一点当りの拡大円数とみた方が自然であり、直截的であろう。この理論は林型や林木配置のいかんにかかわらず一般に成立する。ただし林縁効果の問題に対して増山のいわゆる不偏性の条件を考慮する必要がある。

平田の証明は、このポイントサンプリングをより高い次元から論じたものといふことができよう。そこでは前述のように、林木のあらゆる位置的分布におけるカウント数の分布がとり扱われているからである。

以上 WZP に関する主な解釈を紹介し、その展望を試みた。それによって WZP に対する2つの解釈たる可変プロット法とポイントサンプリングの実体が明らかにせられた。これら2法は実行面では共通している

にもかかわらず、その本質は互に異っているようにみえる。それはやはり面と点との違いであろう。しかし以上の論議ではまだこの差異を明確にすることはできないし、また不均質誤差の本質やその評価についても不明な点が多い。次章においてこれらの点を論じようと思うが、それへのアプローチの方法の1つは Prodan の証明を、林木の占有面積を考慮しつつ、動的な立場で展開していくことであろう。

第2章 WZP の確率論的解釈

Prodan の証明は、林木配置が “Statistisch homogen” である場合に対して行なわれたもので、いわば静的状態における考察であるが、WZP の性格をよりよく把握し、不均質誤差を評価するためには、林木の偶然的配置において考えられるあらゆる可能な場合の中で、WZP 成立の条件を求めることが必要である⁷⁵⁾⁷⁶⁾⁸⁹⁾。

21. モデルの設定と均質性の意義

占有面積を考慮しつつ林木の位置的分布をとりあつかうていくためには、現実林分のままでは困難で、まずこれを抽象化し模式化しておくことが望ましい。

面積 T なる林分がある。その中に含まれる総本数は Z_T で、そのうち第 i 直径階（胸高直径 d_i ）の林木本数は Z_{Ti} 、 $Z_T = \sum_{i=1}^l Z_{Ti}$ であるとする。ただし l は直径階の数である。

クローネの形を円とし、その直径は胸高直径に比例するものとする。各林木は、クローネ直径に等しい一辺を有する正方形（クローネに外接する正方形）の面積を占領するものとすれば、その占有面積 r は、

$$r = \theta^2 r_i^2 = \frac{4}{\pi} \theta^2 g \dots \dots \dots (2-1)$$

ただし、 θ : クローネ直径比、 g : 胸高断面積
したがって、第 i 直径階の Z_{Ti} 本の木による全占有面積は、

$$Z_{Ti} r_i = Z_{Ti} \cdot \frac{4}{\pi} \theta^2 g_i = \frac{4}{\pi} \theta^2 G_i \dots \dots \dots (2-2)$$

ただし、 G_{Ti} : 第 i 直径階の断面積合計
全林木による占有面積合計は

$$\sum_{i=1}^l Z_{Ti} r_i = \frac{4}{\pi} \theta^2 \sum_{i=1}^l Z_{Ti} g_i = \frac{4}{\pi} \theta^2 G_T \dots \dots \dots (2-3)$$

ただし、 G_T : T 内における全林木の胸高断面積合計。

T 内に含まれ得る林木本数には限度がある。いま、直径階別本数比率は与えられた林分のまま変らないものとして、 T 内に含まれ得る最大本数を A_T とし、しかもそれは各直径階の最大本数 A_{Ti} ($i=1, 2, \dots, l$) の和よりなるものとすれば、 $T = \sum_{i=1}^l A_{Ti} r_i$ 。

平面内において、いろいろの大きさの面積のもの、同じ距離だけ移動を起す場合、影響を及ぼす範囲

は大きな面積をもったものほど大きい。したがって、第 i 直径階の最大占有面積 $A_{T_i} r_i$ は、現実の占有面積 $Z_{T_i} r_i$ に比例すると考えてよい。

$$A_{T_i} r_i = T \cdot \frac{Z_{T_i} r_i}{\sum_{i=1}^l Z_{T_i} r_i} = T \cdot \frac{G_{T_i}}{G_T} \dots \dots \dots (2-4)$$

したがって、

$$A_{T_i} = T \cdot \frac{G_{T_i}}{G_T} \cdot \frac{1}{r_i} = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{T}{G_T \theta^2} \cdot Z_{T_i} = K \cdot Z_{T_i} \dots \dots \dots (2-5)$$

すなわち各直径階の最大本数は現実本数に比例する。この仮定は充分合理的であろう。

上式で、

$$K = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{T}{G_T \theta^2} \dots \dots \dots (2-6)$$

式 (2-3) を考慮して、

$$Q = \frac{1}{K} = \frac{Z_{T_i}}{A_{T_i}} \dots \dots \dots (2-7)$$

とおけば、 Q は第 i 直径階における占有率をあらわす。すなわちわれわれの仮定の下では占有率はいずれの直径階でも一定となる。

A_T および A_{T_i} は、その性質上整数値のみをとるものとする。もし整数にならない場合は整数に丸めて用いるものとする。

A_{T_i} は第 i 直径階の最大本数をあらわすものであるが、同時に T 内において、第 i 直径階に割り当てられたところの、面積 r_i なる“マス (Space)”の数を意味する。すなわち T は $A_T = \sum_{i=1}^l A_{T_i}$ 個の“マス”より成りたっている。林木はそれぞれの所属する直径階に割り当てられた“マス”のみを占有することができる。式 (2-7) の占有率は、林木本数の“マス”の数に対する割合であって、一般に1より小さいから、上の条件のもとに、 Z_T 本の林木を T 上にばらまけば、そこに直径に関しての、いろいろな形の位置的分布が得られることになる。現実林の分布はこのようなものの1つであると考えられる。

いうまでもなく分布は、 A_T 個の“マス”の T 上における配置の模様によって異なってくる。ここに2つのモデル(A)および(B)を設定しよう。

(A) $A_T = \sum_{i=1}^l A_{T_i}$ 個の“マス”は T 上に全く均等にばらまかれている。すなわち各直径階の“マス”は互によく混じり合って、 T 上のどの部分でも全く同じ割合で分布している。もしすべての“マス”を抜きとって、再びそれを無作為にばらまいても、前と同様全く均等な配置が得られる。この上に Z_T 本の林木を無作為にばらまくと、直径の位置的分布は統計的に均等になるであろう。これを現実林分に即して解釈すると、林木の成立に関するすべての環境要因の作用が、それぞれ

に変異を示しつつも、 T 上にまんべんなく及び、一方林木は偶然的にそれぞれの位置を占め、それぞれの個性に応じて与えられた環境に反応する。結果として林木には大小の差を生じるが、その位置的分布は T 内において統計的に均等となるであろう。われわれはこのような林分を均質であるという。

(B) $A_T = \sum_{i=1}^l A_{T_i}$ 個の“マス”が T 上に均等にばらまかれず、特定の直径階の“マス”が一方に偏在し、あるいは塊状をなして分布している。もしすべての“マス”を抜きとって、再び無作為にばらまいても、塊状構造は解消せず、前とは異なるにしても、やはり類似の偏りを伴った配置が得られる：この上に Z_T 本の林木を無作為にばらまくと、直径の位置的分布は必ず偏りをもったものになる。

現実林分について考えると、林木の成立に対する環境要因の作用が林内の諸所で一様でない場合に当たる。

われわれはこのように林木の直径の位置的分布に偏りのある林分を不均質であるという。

すなわちここに(A)：均質林分のモデル、(B)：不均質林分のモデルが設定されたわけである。

ここで林分の均質性の意味について述べておこう。

上述のようにわれわれは、林木配置の均等な林分を均質であるというのであるが、それは確率論的あるいは統計的に均等であるということである。厳密な意味で均質であるとは、林内のいずれの部分をとってもその構成が変わらないような林分である。このような意味での均質性は、統計的な均質性の1つの平均状態あるいは理想状態として期待されるだけで、現実には存在しないものと考えてよい。前述の Prodan の証明における Statistisch homogen とはこのような状態をさすものと考えられる。これに対してわれわれが一般的な意味で均質な林分であるという場合は、現在の林木配置が、それらの全林木を一度抜きとって、再び単位面上に無作為にばらまくと仮定したとき、統計的に実現の可能性がある程度まで期待される、そのような林木配置をもった林分であるということである。したがって不均質誤差とは、狭義には均質林分におけるカウント数の偶然誤差と解釈することができる。反対に不均質な林分とは、Random dispersion の結果としては、統計的にとうてい期待されないような、偏った林木配置を示す林分である。ただ均質といい不均質というのも、相対的な概念であって、明確な限界があるわけではない。

22. WZP の成立と不均質誤差

221. 理論的考察

モデル(A)について考えよう。 T 上の1点で定角測定

を行なうとしたとき、カウント木の中で最大木の有する直径を d_a とする。 d_a はその林分の最大直径 d_i とは必ずしも一致しない。 Prodan と同様に、観測点を中心とし、 cd_a を直径とする円プロットを想定し、これを単位面として、その中心点における WZP カウント数の分布について考えよう。

単位面の面積を R_a とすると、

$$R_a = \frac{\pi}{4} c^2 d_a^2 = c^2 g_a$$

ただし、 c : 拡大常数

R_a 内に含まれる総本数を Z_R 、同じく第 i 直径階の本数を Z_{Ri} とする。全く同様に、前節における各記号の添字 T を R にかえることによって、単位面の T から R への変換を表わすことにすれば、

$$A_{Ri} = K Z_{Ri}, \quad A_R = \sum_{i=1}^{\alpha} A_{Ri}$$

$$K = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{R_a}{G_R \theta^2}, \quad Q = \frac{1}{K} = \frac{Z_{Ri}}{A_{Ri}}$$

ここに Q は占有率をあらわす。

さて、 R_a の中心点 P において、WZP カウント数をとる場合を考えよう。 c を拡大常数とすると、 P の周りに、各直径階に対応する α 個の同心円プロットを想定することができる。それらの面積は、

$$R_i = \frac{\pi}{4} c^2 d_i^2 = c^2 g_i \quad \dots\dots\dots(2-8)$$

第 i 直径階に属する木は、それが偶然その固有のプロット内に落ちたときカウントせられることになる。この意味でわれわれは R_i を第 i 直径階のカウント領域と呼ぶ。

R_a 上における第 i 直径階の“マス” A_{Ri} 個のうちカウント領域内に含まれる個数は、

$$a_{Ri} = A_{Ri} \frac{R_i}{R_a} = A_{Ri} \frac{g_i}{g_a} \quad \dots\dots\dots(2-9)$$

すなわち、

$$\frac{a_{Ri}}{A_{Ri}} = \frac{g_i}{g_a} = \frac{R_i}{R_a} \quad \dots\dots\dots(2-9)'$$

これが WZP 成立のための条件である。 a_{Ri} もまた整数をとるものと定める。

いま、 Z_R 本の全林木を、 R_a 上に無作為にばらまくとき、第 i 直径階のカウント数 b_{Ri} はどのような分布に従うであろうか。

一般に $Z_{Ri} \leq A_{Ri}$, $Z_{Ri} \leq a_{Ri}$, $0 \leq b_{Ri} \leq a_{Ri}$ および $0 \leq b_{Ri} \leq Z_{Ri}$ なることは明らかである。

各々の“マス”はただ1本の木を含むことができるだけであるから、 Z_{Ri} 本の木が A_{Ri} 個の“マス”を占領するあらゆる仕方の数は、 $\binom{A_{Ri}}{Z_{Ri}} Z_{Ri}!$ である。これらの仕方は、それぞれ等しい確率で生起するものとする。一方カウント領域 R_i 内に落ちた x 本の木が a_{Ri} 個の“マス”を占領する組合せの数は $\binom{a_{Ri}}{x}$ 、カウ

ント領域外に落ちた $(Z_{Ri} - x)$ 本の木が $(A_{Ri} - a_{Ri})$ 個の“マス”を占領する組合せの数は $\binom{A_{Ri} - a_{Ri}}{Z_{Ri} - x}$ 、したがって Z_{Ri} 本のうち x 本がカウントせられるすべての仕方の数は、

$\binom{a_{Ri}}{x} \binom{A_{Ri} - a_{Ri}}{Z_{Ri} - x} Z_{Ri}!$ である。以上の結果として第 i 直径階におけるカウント数の分布は次式で与えられる：

$$P(x) = \frac{\binom{a_{Ri}}{x} \binom{A_{Ri} - a_{Ri}}{Z_{Ri} - x} Z_{Ri}!}{\binom{A_{Ri}}{Z_{Ri}} Z_{Ri}!} = \frac{\binom{a_{Ri}}{x} \binom{A_{Ri} - a_{Ri}}{Z_{Ri} - x}}{\binom{A_{Ri}}{Z_{Ri}}} \dots\dots\dots(2-10)$$

すなわち Hypergeometric function で表わされる。

上式はまた次のようにもかける：

$$P(x) = \frac{\binom{Z_{Ri}}{x} \binom{A_{Ri} - Z_{Ri}}{a_{Ri} - x}}{\binom{A_{Ri}}{a_{Ri}}} \dots\dots\dots(2-10)'$$

さらに、

$$P(x) = \binom{Z_{Ri}}{x} \frac{\prod_{j=0}^{x-1} (a_{Ri} - j) \prod_{h=0}^{Z_{Ri} - (x+1)} (A_{Ri} - a_{Ri} - h)}{\prod_{\beta=0}^{Z_{Ri} - 1} (A_{Ri} - \beta)} \dots\dots\dots(2-10)''$$

とかくこともできる。最後の式は、 Z_{Ri} 本の木が1本ずつ順次に A_{Ri} 個の“マス”を占領していくとした場合、カウント数の分布から帰納することができる。

b_{Ri} の分布は、直径分布および単位面が一定なら、直径の大きさ、断面積常数およびクローネの大きさによって変化する。

最大直径階 d_a に対しては、明らかに、 $Pr. \{b_{R\alpha} = Z_{R\alpha}\} = 1$ で、その他の値をとる確率は0である。これは今の場合、 d_a に対するカウント領域が単位面に一致し、したがって第 α 直径階の木はその全部が常にカウントせられるからである。

本数の少ない小直径階に対して上式は、 $Pr. \{b_{Ri} = 0\} = 1$ ならしめることがある。これは本来あり得ないことである。このようなことが起るのは、 A_{Ri} および a_{Ri} を求める時の丸めの影響によるものである。しかしこのような直径階では、一本もカウントせられない確率は非常に大きいはずであるから、上記の不一致は実際上は許されてよいであろう。

式 (2-10) について、原点周りのモーメント μ_j' および平均周りのモーメント μ_j を求めよう。

b_{Ri} の変域は、 $a_{Ri} \leq Z_{Ri}$ なるときは $0 \leq b_{Ri} \leq a_{Ri}$ であるが、 $Pr. \{b_{Ri} > a_{Ri}\} = 0$ であるから、 $a_{Ri} > Z_{Ri}$ なる場合とともに、 $0 \leq b_{Ri} \leq Z_{Ri}$ としてよい。したがって、

$$\sum_{x=0}^{Z_{Ri}} P(x) = \frac{1}{\binom{A_{Ri}}{Z_{Ri}}} \sum_{x=0}^{Z_{Ri}} \binom{a_{Ri}}{x} \binom{A_{Ri} - a_{Ri}}{Z_{Ri} - x} =$$

$$\frac{1}{\binom{A_{Ri}}{Z_{Ri}}} \binom{A_{Ri}-a_{Ri}+a_{Ri}}{Z_{Ri}} = 1^* \dots \dots \dots (2-11)$$

$$\begin{aligned} \mu'_{1i} &= \frac{1}{\binom{A_{Ri}}{Z_{Ri}}} \sum_{x=0}^{Z_{Ri}} x \binom{a_{Ri}}{x} \binom{A_{Ri}-a_{Ri}}{Z_{Ri}-x} \\ &= \frac{a_{Ri}}{\binom{A_{Ri}}{Z_{Ri}}} \sum_{t=0}^{Z_{Ri}} \binom{a_{Ri}}{t} \binom{A_{Ri}-a_{Ri}}{Z_{Ri}-t} = \frac{a_{Ri}}{\binom{A_{Ri}}{Z_{Ri}}} \binom{A_{Ri}}{Z_{Ri}} \\ &= \frac{Z_{Ri} a_{Ri}}{A_{Ri}} \dots \dots \dots (2-12) \end{aligned}$$

ただし、

$$a'_{Ri} = a_{Ri} - 1, \quad Z'_{Ri} = Z_{Ri} - 1, \quad A'_{Ri} = A_{Ri} - 1, \quad t = x - 1,$$

平均を m_{Ri} とすればすなわち、

$$m_{Ri} = \frac{Z_{Ri} a_{Ri}}{A_{Ri}} \dots \dots \dots (2-13)$$

式(2-9)' から、

$$m_{Ri} = Z_{Ri} \cdot \frac{g_i}{g_a} = \frac{G_{Ri}}{g_a}$$

すなわち R_a 内における第 i 直径階の断面積は

$G_{Ri} = m_{Ri} g_a$, これを ha 当りに換算すれば、

$$G_{Ri(ha)} = \frac{m_{Ri} g_a \times 10000}{c^2 g_a} = k m_{Ri}$$

ここに $10000/c^2 = k$ は断面積常数である。これは WZP の部分的証明である。

$$\begin{aligned} \mu'_{2i} &= \frac{1}{\binom{A_{Ri}}{Z_{Ri}}} \sum_{x=0}^{Z_{Ri}} x^2 \binom{a_{Ri}}{x} \binom{A_{Ri}-a_{Ri}}{Z_{Ri}-x} \\ &= \frac{1}{\binom{A_{Ri}}{Z_{Ri}}} \sum_{x=0}^{Z_{Ri}} \{x(x-1) + x\} \binom{a_{Ri}}{x} \binom{A_{Ri}-a_{Ri}}{Z_{Ri}-x} \\ &= \frac{a_{Ri}(a_{Ri}-1)}{\binom{A_{Ri}}{Z_{Ri}}} \cdot \binom{A_{Ri}}{Z_{Ri}} + \mu'_{1i} \\ &= \frac{a_{Ri}(a_{Ri}-1)Z_{Ri}(Z_{Ri}-1)}{A_{Ri}(A_{Ri}-1)} + \frac{Z_{Ri} a_{Ri}}{A_{Ri}} \dots \dots \dots (2-14) \end{aligned}$$

ただし、 $A'_{Ri} = A_{Ri} - 2, \quad Z'_{Ri} = Z_{Ri} - 2$

したがって分散を σ^2_{Ri} とすれば、

$$\sigma^2_{Ri} = \mu'_{2i} - \mu'^2_{1i} = \frac{Z_{Ri} a_{Ri} (A_{Ri}-a_{Ri})(A_{Ri}-Z_{Ri})}{A_{Ri} A_{Ri}(A_{Ri}-1)} \dots \dots \dots (2-15)$$

$$\begin{aligned} \mu'_{3i} &= \frac{a_{Ri}(a_{Ri}-1)(a_{Ri}-2)Z_{Ri}(Z_{Ri}-1)(Z_{Ri}-2)}{A_{Ri}(A_{Ri}-1)(A_{Ri}-2)} \\ &\quad + 3\mu'_{2i} - 2\mu'^2_{1i} \dots \dots \dots (2-16) \end{aligned}$$

$$\mu_{3i} = \mu'_{3i} - 3\mu'_{2i} + 3\mu'^2_{1i} + 2\mu'^3_{1i} \dots \dots \dots (2-17)$$

$$\begin{aligned} \mu'_{4i} &= \frac{a_{Ri}(a_{Ri}-1)(a_{Ri}-2)(a_{Ri}-3)Z_{Ri}(Z_{Ri}-1)(Z_{Ri}-2)(Z_{Ri}-3)}{A_{Ri}(A_{Ri}-1)(A_{Ri}-2)(A_{Ri}-3)} \\ &\quad + 6\mu'_{3i} - 11\mu'_{2i} + 6\mu'^2_{1i} \dots \dots \dots (2-18) \end{aligned}$$

$$\mu_{4i} = \mu'_{4i} - 4\mu'_{3i} + 6\mu'^2_{2i} - 3\mu'^4_{1i}$$

$$\dots \dots \dots (2-19)$$

式(2-15)の分散式を書きなおせば、

$$\sigma_{Ri}^2 = m_{Ri} \left\{ \frac{(A_{Ri}-a_{Ri})(A_{Ri}-Z_{Ri})}{A_{Ri}(A_{Ri}-1)} \right\} \dots (2-15)'$$

A_{Ri} が 1 に比べて充分大きいときは、

$$\begin{aligned} \sigma_{Ri}^2 &\approx m_{Ri} \left\{ \frac{(A_{Ri}-a_{Ri})}{A_{Ri}} \cdot \frac{(A_{Ri}-Z_{Ri})}{A_{Ri}} \right\} \\ &= m_{Ri}(1-H_{Ri})(1-Q_{Ri}) \dots \dots \dots (2-15)'' \end{aligned}$$

ここに $Q_{Ri} = Z_{Ri}/A_{Ri}$ は占有率で、前述のように一定であり、 $H_{Ri} = a_{Ri}/A_{Ri}$ はカウント領域率である。すなわち各直径階のカウント数の分散は、カウント数の母平均に比例し、また占有率が高く、カウント領域率が大きいほど小さいといえる。たとえば最大直径階では $A_{Ri} = a_{Ri}, H_{Ri} = 1$ であって $\sigma_{Ri}^2 = 0$, 本数の少ない小直径階では、 $a_{Ri} \rightarrow 0, m_{Ri} \rightarrow 0$ したがって $\sigma_{Ri}^2 \rightarrow 0$ であり、また非常に密度の高い林分では、いずれの直径階でも $Q_{Ri} \rightarrow 1, \sigma_{Ri}^2 \rightarrow 0$ となる。

以上直径階別のカウント数の分布法則を論じたが、各直径階の合計、すなわち林分全体としてのカウント数 b の平均ならびに分散は次のようになる：

$$\text{平均 } m_R = \sum_{i=1}^a m_{Ri} = \sum_{i=1}^a \frac{Z_{Ri} a_{Ri}}{A_{Ri}} \dots \dots \dots (2-20)$$

$$\begin{aligned} \text{分散 } \sigma_R^2 &= \sum_{i=1}^a \frac{Z_{Ri} a_{Ri}}{A_{Ri}} \cdot \frac{(A_{Ri}-a_{Ri})(A_{Ri}-Z_{Ri})}{A_{Ri}(A_{Ri}-1)} \\ &\dots \dots \dots (2-21) \end{aligned}$$

$$= \sum_{i=1}^a m_{Ri} \cdot \frac{(A_{Ri}-a_{Ri})(A_{Ri}-Z_{Ri})}{A_{Ri}(A_{Ri}-1)} \dots \dots \dots (2-21)'$$

$$\approx (1-Q_R) \sum_{i=1}^a m_{Ri}(1-H_{Ri}) \dots \dots \dots (2-21)''$$

カウント数 b の分布は、直径階の数がある程度多くなれば、中心極限定理によって $N(m_R, \sigma_R^2)$ に近づくものと期待される。

式(2-20)において、WZP 成立の条件 $a_{Ri}/A_{Ri} = R_i/R_a = g_i/g_a$ を考慮すれば、ただちに、

$$m_R = \frac{G_R}{g_a} \dots \dots \dots (2-22)$$

したがって ha 当り林分断面積は、

$$G_{R(ha)} = \frac{m_R g_a \times 10000}{c^2 g_a} = k m_R \dots \dots \dots (2-23)$$

ただし、 $k = 10000/c^2$: 断面積常数

すなわちここに、全体としての WZP の成立について

1つの証明が提示された。

この証明は、WZP が単位

面内の林木配置が偶然である場合、その考え得られるあらゆる可能な状態におけるカウント数の平均に対

* 一般に $\sum_{n=0}^p \binom{m}{n} \binom{s}{p-n} = \binom{m+s}{p}$

してのみ成立することを示している。現実にはこのような状態のある1つの場合について測定されるのであるから、一般に誤差を伴う。この誤差こそが不均質誤差と称せられるものなのである。Prodan の Statistisch homogen な場合とは、上述のあらゆる可能な林木配置のうち、平均的とみなされる場合であって、彼の証明はこのような場合についてなされたのである。

不均質誤差の分散はすなわちカウント数の分散であって、式(2-21)~式(2-21)'' であたえられる。実用的には次のようにおくのが便利であろう。

$$\sigma_R^2 \doteq (1-H_R)(1-Q_R)m_R \dots\dots\dots(2-21)'''$$

ただし、 $H_R = m_R / Z_R$

ここに H_R は、 R_α 内における断面積平均木に対するカウント領域であって、次のようにして導入せられる。

式(2-21)''より、

$$\begin{aligned} \sigma_R^2 &\doteq (1-Q_R) \sum_{i=1}^{\alpha} m_{Ri} (1-H_{Ri}) \\ &= (1-Q_R) \left\{ \sum_{i=1}^{\alpha} m_{Ri} - \sum_{i=1}^{\alpha} m_{Ri} H_{Ri} \right\} \end{aligned}$$

{ }内第2項 $\sum_{i=1}^{\alpha} m_{Ri} H_{Ri} = H_R \sum_{i=1}^{\alpha} m_{Ri}$ となるような H_R を求めれば、

$$H_R = \frac{\sum_{i=1}^{\alpha} m_{Ri} H_{Ri}}{\sum_{i=1}^{\alpha} m_{Ri}} = \frac{\sum_{i=1}^{\alpha} m_{Ri} g_i / g_\alpha}{\sum_{i=1}^{\alpha} m_{Ri}}$$

$m_{Ri} = Z_{Ri} g_i / g_\alpha$ とおき得るから、

$$H_R = \frac{\sum Z_{Ri} g_i^2}{G_R g_\alpha}$$

しかるに、

$$\bar{g}_R = \frac{\sum Z_{Ri} g_i}{Z_R}, \quad Z_R \sigma_g^2 = \sum Z_{Ri} g_i^2 - Z_R \bar{g}_R^2$$

$$\begin{aligned} \therefore H_R &= \frac{Z_R (\bar{g}_R^2 + \sigma_g^2)}{G_R g_\alpha} = \frac{G_R \bar{g}_\alpha}{G_R g_\alpha} + \frac{Z_R \sigma_g^2}{Z_R g_R g_\alpha} \\ &= \frac{m_R g_\alpha \bar{g}_R}{Z_R g_R g_\alpha} + \frac{\sigma_g^2}{g_R g_\alpha} = \frac{m_R}{Z_R} + \frac{\sigma_g^2}{g_R g_\alpha} \end{aligned}$$

いま、 $g_\alpha \doteq \bar{g}_R + 3\sigma_g$ とおけば、

$$\frac{\sigma_g^2}{g_R g_\alpha} = \frac{C_g^2}{1+3C_g}$$

ただし、 $C_g : g$ の変動係数

$$\therefore H_R \doteq \frac{m_R}{Z_R} + \frac{C_g^2}{1+3C_g}$$

上式第2項において、 C_g^2 が1に比べて充分小さければ、 $H_R \doteq m_R / Z_R$ となる。これは断面積平均木に対するカウント領域率である。これはまた、 σ_R^2 の計算にあたって、安全性を見越して H を小さ目に出す意味でもよい方法であろう。

また Q は次のようにかける。

$$\begin{aligned} Q_R &= \frac{1}{K} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{G_R \theta^2}{R_\alpha} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{m_R g_\alpha \theta^2}{c^2 g_\alpha} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{m_R \theta^2}{c^2} \\ &= \frac{4}{\pi} \cdot \frac{k}{10000} m_R \theta^2 = \frac{k}{7854} m_R \theta^2 \dots\dots(2-23)' \end{aligned}$$

b の分布が近似的に $N(m_R, \sigma_R^2)$ なら、c.c.95% における不均質誤差の限界値は $e_R = 2\sigma_R$ で与えられよう。

不均質誤差の百分率標準誤差 (= カウント数の変動係数) は、

$$\begin{aligned} \sigma_R(\%) &\doteq \sqrt{\frac{(1-H_R)(1-Q_R)}{m_R}} \times 100 \\ &= \sqrt{\frac{(1-H_R)(\%) \times (1-Q_R)(\%)}{m_R}} \dots\dots\dots(2-24) \end{aligned}$$

式(2-21)''', (2-24) から不均質誤差の大きさについて次のことがいえる。

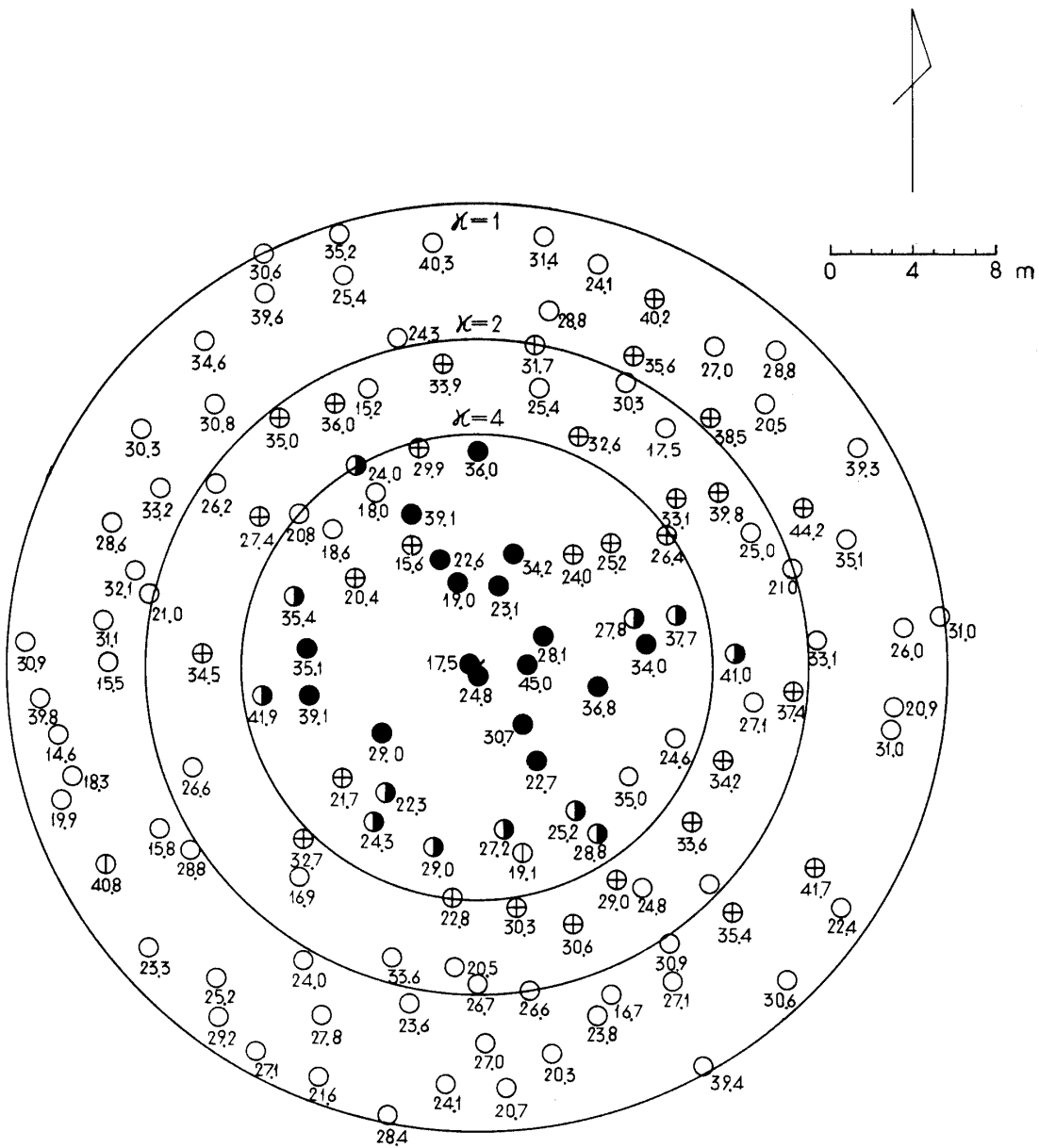
- (1) 不均質誤差は占有密度が高いほど小さい。1-Q を空隙率と考えれば、それが小さいほど小さい。
- (2) 分散はカウント数の平均に比例する。百分率標準誤差はカウント数の平均の平方根に反比例する。カウント数は断面積常数に反比例するから、分散は断面積常数に反比例し、百分率標準誤差は断面積常数の平方根に比例するともいえる。
- (3) 林分構成に変化がなければ、単位面 R_α を大きくとるほど、カウント領域率が減少するから分散は大きくなり、百分率標準誤差もまた大きくなる。もし単位面を充分大きくとればカウント領域率を無視できる。

次に若干の実例をあげる。

222. 実験的考察

図(2-1)は京都府立大学大野演習林測定試験地スギ人工林における1プロットの立木位置図を示す。これについて不均質誤差の計算過程を示すと表(2-1)のようになる。単位面は最大カウント木の直径に対する拡大円 R_α に等しくとった。カウント数したがってまた不均質誤差の分布は、各直径階内ではいろいろの形を示すが、全カウント数の分布は、上の例で $\beta_1 \doteq 0$ $\beta_2 \doteq 3$ であることからわかるように、直径階の数がある程度多ければ、実際上正規分布に従うとみなしてさしつかえない。また表には、近似式による計算値も示したが、実用上十分な近似度を示すことがわかる。

次に以上の例のほかにも、大野の他のプロット、大枝演習林ヒノキ人工林および大阪営林局山崎営林署管内赤西国有林内スギ天然生林の例についても立木位置図を作り検討を加えたが、その結果を表(2-2)に示す。表中現実カウント数は図上における実際のカウント数のことであり、期待カウント数とは平均として期待されるカウント数を意味する。百分率最大誤差とは、信



| 断面積常数 | $\kappa=1$ | $\kappa=2$ | $\kappa=4$ | 凡 | 例 |
|----------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|---|----------|
| プロット半径 | 22.50 ^m | 15.90 ^m | 11.25 ^m | ○ | 非カウント木 |
| プロット面積 | 0.1590 ^{ha} | 0.0794 ^{ha} | 0.0398 ^{ha} | ⊕ | κ=1 における |
| 断面積合計 | 9.4237 ^{m²} | 5.0751 ^{m²} | 2.5725 ^{m²} | ⊗ | κ=2 |
| ha当断面積合計 | 59.2686 ^{m²} | 63.9181 ^{m²} | 64.6356 ^{m²} | ⊙ | κ=4 |
| | | | | ● | 限 界 木 |
| | | | | ⊙ | カウ ン ト 木 |
| | | | | ● | カウ ン ト 木 |

図(2-1) 立木位置図. 大野演習林測定試験地 スギ人工林 No. 29

頼度95%における誤差の推定限界の期待カウント数に対する百分率を示す。この計算では $\theta=10$ ，すなわちクローネの直径を胸高直径の10倍とみなした。ヒノキ林では小さ過ぎるかも知れぬが、スギ人工林ではこれ位でよいであろう。

この表をみると、まず不均質誤差の百分率標準誤差が予想外に大きいことがわかる。断面積常数と分散お

よび百分率標準誤差との関係を見ると、 σ^2 は k に逆比例し、 $\sigma(\%)$ は \sqrt{k} にほぼ比例している。また同一断面積常数内では、百分率標準誤差は占有密度に逆比例する傾向が認められる。すなわち一般に、林分が密であるほど不均質誤差は小さいといえる。これらは理論的な推論の結果とよく一致している。

$e(\%)$ は信頼度95%の百分率最大誤差を示すから、

表(2-1-1) 不均質誤差に関する計算例. 大野演習林測定試験地(スギ人工林)
Plot No. 29, $k=1$

| d_b (cm) | Z_{Ri} | WZP | A_{Ri} | a_{Ri} | m_{Ri} | σ_{Ri}^2 | μ_{3i} | μ_{4i} | 備 | 考 |
|---------------|----------|-----|----------|----------|----------|-----------------|------------|------------|--|---|
| 14 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | |
| 16 | 6 | 1 | 8 | 1 | 0.7500 | 0.1875 | -0.0937 | 0.0822 | $c^2=10000, G_R=9.4277m^2$ | |
| 18 | 6 | 2 | 8 | 1 | 0.7500 | 0.1875 | -0.0937 | 0.0822 | $\theta^2=100, g_\alpha=0.1662m^2$ | |
| 20 | 10 | 1.5 | 14 | 3 | 2.1428 | 0.5182 | -0.1484 | 0.6921 | $\mu_4 = \sum_{i \neq j} \mu_{4i} + 6 \sum \sigma_i^2 \sigma_j^2 = 188.0400$ | |
| 22 | 7 | 4.5 | 10 | 2 | 1.4000 | 0.3733 | -0.1120 | 0.3285 | | |
| 24 | 14 | 5 | 19 | 5 | 3.6842 | 0.7542 | -0.1897 | 1.5474 | $\beta_1 = \mu_3^2 / (\sigma^2)^3 = 0$ | |
| 26 | 13 | 3 | 18 | 6 | 4.3333 | 0.8512 | -0.1460 | 2.0251 | $\beta_2 = \mu_4 / (\sigma^2)^2 = 2.98$ | |
| 28 | 18 | 7 | 25 | 9 | 6.4800 | 1.2096 | -0.1620 | 3.5358 | $\sigma_R = 2.82, \sigma_R(\%) = 4.96(\%)$ | |
| 30 | 14 | 5 | 19 | 8 | 5.8947 | 0.9483 | -0.0814 | 2.4979 | $c_R = 2 \times 2.82 = 5.64$ | |
| 32 | 7 | 2.5 | 10 | 5 | 3.5000 | 0.5833 | 0.0003 | 0.8946 | $c_R(\%) = 9.91\%$ | |
| 34 | 11 | 9 | 15 | 8 | 5.8667 | 0.5818 | 0.0313 | 1.6355 | $\sigma_R(\%)$ の式(2-24)による近似計算 | |
| 36 | 10 | 8 | 14 | 9 | 6.4286 | 0.7061 | 0.1036 | 1.3228 | $Q_R = km_R / 78.5 = 72.5\%$ | |
| 38 | 5 | 4 | 7 | 5 | 3.5714 | 0.3403 | 0.0866 | 0.2641 | $H_R = \frac{m_R}{Z_R} = 0.415$ | |
| 40 | 10 | 5.5 | 14 | 11 | 7.8571 | 0.5187 | 0.1413 | 0.7517 | | |
| 42 | 3 | 2 | 4 | 3 | 2.2500 | 0.1875 | 0.0937 | 0.0820 | $\therefore \sigma_R(\%) = \sqrt{\frac{58.5 \times 27.5}{56.91}} = 5.32(\%)$ | |
| 44 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.0000 | 0 | 0 | 0 | | |
| 46 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.0000 | 0 | 0 | 0 | | |
| 計 | 137 | 62 | | | 56.91 | 7.9475 | -0.5701 | 15.7469 | | |

表(2-1-2) 不均質誤差に関する計算例. 大野演習林測定試験地(スギ人工林)
Plot No. 29, $k=2$

| d_b (cm) | Z_{Ri} | WZP | A_{Ri} | a_{Ri} | m_{Ri} | σ_{Ri}^2 | μ_{3i} | μ_{4i} | 備 | 考 |
|---------------|----------|-----|----------|----------|----------|-----------------|------------|------------|--|---|
| 14 | 0 | | | | | | | | | |
| 16 | 2 | 0 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $c^2=5000, G_R=5.0914m^2$ | |
| 18 | 5 | 1 | 6 | 1 | 0.8333 | 0.1389 | -0.0927 | 0.0810 | $\theta^2=100, g_\alpha=0.1662m^2$ | |
| 20 | 5 | 1 | 6 | 1 | 0.8333 | 0.1389 | -0.0927 | 0.0810 | $\mu_4 = 40.7810$ | |
| 22 | 6 | 3 | 8 | 2 | 1.5000 | 0.3214 | -0.1071 | 0.2410 | $\beta_1 = 0, \beta_2 = 2.94$ | |
| 24 | 8 | 3 | 10 | 3 | 2.4000 | 0.3733 | -0.1119 | 0.3281 | $\sigma_R = 1.93, \sigma_R(\%) = 6.31(\%)$ | |
| 26 | 8 | 2 | 10 | 3 | 2.4000 | 0.3733 | -0.1119 | 0.3281 | $c_R = 1.93 \times 2 = 3.86$ | |
| 28 | 7 | 6 | 9 | 3 | 2.3333 | 0.3890 | -0.0930 | 0.3533 | $c_R(\%) = 12.62(\%)$ | |
| 30 | 6 | 1 | 8 | 3 | 2.2500 | 0.4018 | -0.0571 | 0.3770 | 式(2-24)による $\sigma_R(\%)$ の計算 | |
| 32 | 4 | 0 | 5 | 2 | 1.6000 | 0.2400 | -0.0480 | 0.0672 | $Q_R = \frac{2 \times 30.60}{78.5} = 78.0\%$ | |
| 34 | 9 | 2 | 12 | 7 | 5.2500 | 0.5966 | 0.0595 | 0.9186 | | |
| 36 | 6 | 4 | 8 | 5 | 1.6000 | 0.4018 | 0.0669 | 0.3771 | $H_R = \frac{m_R}{Z_R}$ | |
| 38 | 3 | 1 | 4 | 3 | 2.2500 | 0.1875 | 0.0937 | 0.0820 | $= \frac{30.60}{75} = 0.408$ | |
| 40 | 4 | 3 | 5 | 4 | 3.2000 | 0.1600 | 0.0960 | 0.0832 | | |
| 42 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.0000 | 0 | 0 | 0 | | |
| 44 | 0 | | | | | | | | $\therefore \sigma_R(\%) = \sqrt{\frac{59.2 \times 22.0}{30.60}} = 6.54(\%)$ | |
| 46 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.0000 | 0 | 0 | 0 | | |
| 計 | 75 | 29 | | | 30.60 | 3.7225 | -0.3983 | 3.3176 | | |

表(2-1-3) 不均質誤差に関する計算例. 大野演習林測定試験地(スギ人工林)
Plot No. 29, $k=4$

| d_b (cm) | Z_{Ri} | WZP | A_{Ri} | a_{Ri} | m_{Ri} | σ_{Ri}^2 | μ_{3i} | μ_{4i} | 備 | 考 |
|---------------|----------|-----|----------|----------|----------|-----------------|------------|------------|---|-----------------------|
| 14 | 0 | | | | | | | | $c^2=2500,$ | $G_R=2.5844m^2$ |
| 16 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\theta^2=100,$ | $g_a=0.1662m^2$ |
| 18 | 3 | 1 | 4 | 1 | 0.7500 | 0.1875 | -0.0937 | 0.0820 | $\mu_4=12.5674$ | |
| 20 | 3 | 1 | 4 | 1 | 0.7500 | 0.1875 | -0.0937 | 0.0820 | $\beta_1=0.016,$ | $\beta_2=2.86$ |
| 22 | 4 | 2 | 5 | 1 | 0.8000 | 0.1600 | -0.0960 | 0.0832 | $\sigma_R=1.45,$ | $\sigma_R(\%)=9.04\%$ |
| 24 | 5 | 2 | 6 | 2 | 1.6667 | 0.2221 | -0.0739 | 0.0741 | $e_R=1.45 \times 2=2.90$ | |
| 26 | 3 | 0 | 4 | 1 | 0.7500 | 0.1875 | -0.0737 | 0.0820 | $e_R\%=18.08(\%)$ | |
| 28 | 5 | 2 | 6 | 2 | 1.6667 | 0.2221 | -0.0739 | 0.0741 | 式(2-24)による $\sigma_R(\%)$ の計算 | |
| 30 | 3 | 1 | 4 | 2 | 1.5000 | 0.2500 | 0 | 0.0625 | $Q_R=\frac{4 \times 16.03}{78.5}=81.7\%$ | |
| 32 | 0 | | | | | | | | | |
| 34 | 3 | 2 | 4 | 2 | 1.5000 | 0.2500 | 0 | 0.0625 | $H_R=\frac{m_R}{Z_R}=0.414$ | |
| 36 | 4 | 2 | 5 | 3 | 2.4000 | 0.2500 | 0.0480 | 0.0672 | | |
| 38 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1.0000 | 0 | 0 | 0 | $\sigma_R(\%)=\sqrt{\frac{58.6 \times 18.3}{16.03}}=8.18\%$ | |
| 40 | 3 | 2 | 4 | 3 | 2.2500 | 0.1875 | 0.0937 | 0.0820 | | |
| 42 | 0 | | | | | | | | | |
| 44 | 0 | | | | | | | | | |
| 46 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | | |
| 計 | 39 | 16 | | | 16.03 | 2.1042 | -0.3822 | 0.5716 | | |

表(2-2) 不均質誤差の大きさ

| プロット | 最大直径階 d_a | 断面積 常数 k | プロット内本 数 Z_R | プロット内断面積 $G_R(m^2)$ | 現実カ ウント 数 WZP | 期待カ ウント 数 m_R | 不均質誤 差の分散 σ_R^2 | 標準誤 差 σ_R | 百分率 標準誤 差 $\sigma_R(\%)$ | 百分率 最大誤 差 $e(\%)$ | 占有密 度 $Q(\%)$ | |
|-------|----------------|------------------|----------------------|------------------------|------------------------|--------------------------|------------------------------|------------------------|-----------------------------------|----------------------------|---------------------|------|
| 大枝演習林 | No. 1 | 26 | 2 | 35 | 1.0006 | 21 | 18.47 | 4.0547 | 2.01 | 10.7 | 21.3 | 51.5 |
| | | 26 | 4 | 17 | 0.4816 | 9 | 8.99 | 2.3206 | 1.52 | 16.6 | 33.2 | 47.2 |
| | No. 2 | 28 | 2 | 41 | 1.0524 | 18 | 16.91 | 5.3880 | 2.32 | 13.7 | 27.4 | 44.1 |
| | | 26 | 4 | 18 | 0.5029 | 10 | 10.00 | 2.1714 | 1.47 | 14.7 | 19.4 | 50.0 |
| 大野演習林 | No. 3 | 50 | 2 | 68 | 5.3124 | 28 | 28.28 | 4.7551 | 2.18 | 7.7 | 15.4 | 70.1 |
| | | 50 | 4 | 36 | 2.9110 | 14 | 14.58 | 2.3195 | 1.52 | 10.5 | 21.0 | 73.5 |
| | No. 9 | 44 | 2 | 51 | 3.9788 | 26 | 26.13 | 3.9231 | 1.98 | 7.6 | 15.2 | 66.2 |
| | | 44 | 4 | 30 | 2.3087 | 12 | 13.67 | 1.9503 | 1.40 | 10.0 | 20.0 | 73.2 |
| | No. 18 | 48 | 2 | 48 | 4.4775 | 27 | 23.98 | 4.4793 | 2.12 | 8.8 | 17.6 | 61.5 |
| | | 48 | 4 | 24 | 2.1973 | 11 | 9.93 | 2.8945 | 1.70 | 17.2 | 34.4 | 60.0 |
| | No. 27 | 52 | 2 | 37 | 4.1069 | 22 | 19.00 | 4.6480 | 2.15 | 11.3 | 22.6 | 50.0 |
| | | 48 | 4 | 19 | 1.8311 | 11 | 9.50 | 2.5616 | 1.60 | 16.8 | 33.6 | 50.0 |
| | No. 29 | 46 | 1 | 137 | 9.4277 | 62 | 56.91 | 7.9475 | 2.82 | 5.0 | 10.0 | 72.9 |
| | | 46 | 2 | 75 | 5.0914 | 29 | 30.60 | 3.7225 | 1.93 | 6.3 | 12.6 | 78.1 |
| 46 | | 4 | 39 | 2.5844 | 16 | 16.03 | 2.1042 | 1.45 | 9.0 | 18.0 | 79.6 | |
| 赤西国有林 | No. 1 | 78 | 2 | 57 | 10.0103 | 17.5 | 20.02 | 5.6318 | 2.37 | 11.8 | 23.6 | 51.8 |
| | | 78 | 4 | 29 | 5.0554 | 11 | 10.07 | 2.4942 | 1.58 | 15.7 | 31.4 | 50.9 |
| | No. 2 | 96 | 2 | 39 | 6.8754 | 8 | 9.99 | 3.3578 | 1.83 | 18.3 | 36.6 | 24.2 |
| | | 88 | 4 | 16 | 3.4497 | 6 | 5.37 | 1.0869 | 1.04 | 19.4 | 38.8 | 32.0 |
| | No. 3 | 66 | 2 | 44 | 6.8919 | 17 | 19.50 | 4.9952 | 2.24 | 11.5 | 23.0 | 50.0 |
| | | 66 | 4 | 24 | 3.8540 | 8.5 | 11.51 | 3.0332 | 1.74 | 15.1 | 30.2 | 58.5 |

この確率において、

$$\text{現実カウント数} = m_R (1 \pm e(\%) / 100)$$

であるべきである。表(2-2)では21個の計算結果の

すべてにつきこの条件は満されている。

23. 理論の拡張

前節での論議は、モデル(A)について、単位面を最大

カウント木の直径に対する拡大円プロットにとって行なわれてきた。この証明は単位面をより大きくとつても成立する。

たとえば WZP を後述のように、有限形式での標本抽出に応用するには、単位面として林分全体での最大直径に対する拡大円プロットをとるのが便利である。すなわち林分をこのような単位面（円プロット）の集合とみなすのである。この場合、WZP の証明および不均質誤差の計算には、前節の各式で α を l にかえるだけで充分である。

次に単位面をより拡大し、林分全体にとつた場合について論じよう。

231. 均質林分における WZP の成立——モデル(A)の場合

この場合も本質的には前と変わらないが、単位面が充分大きくなると、省略できる項がでてきて、それだけ取り扱いが簡単になる。

前節の所論において、単位面 R_a を再び21のモデル(A)におけるように T にもどし、また式中の添字 R の代りに T を用い、 α の代りに l を用いることにすれば、前節の証明は以下のように要約される。

式 (2-10) ~ 式 (2-21)'' は、添字 α を l に、また R を T にかえることによってそのままなりたつ。

全林木にわたるカウント数の平均については、

$$m_T = \frac{\sum_{i=1}^l Z_{Ti} a_{Ti}}{\sum_{i=1}^l A_{Ti}} = \frac{\sum_{i=1}^l Z_{Ti} R_i}{T} = \frac{c^2}{T} G_T \dots (2-25)$$

ここに $a_{Ti}/A_{Ti} = R_i/T$ は WZP 成立の条件である。したがって、

$$G_T = \frac{T}{c^2} m_T \dots (2-26)$$

$T=10000(m^2)$ にとれば、 $k=10000/c^2$ は断面積常数である。よって $G(ha) = km_T$ 、すなわちここにまた WZP の成立について一つの証明が得られた。これは一般に林面内における林木のあらゆる可能な偶然的配置に対するカウント数の平均について WZP が成立することに示す。

分散は式 (2-21) ~ (2-21)''' に準ずる。とくに式 (2-21)''' は次のようになる。

$$\sigma_T^2 = m_T(1 - H_T) (1 - Q_T) \dots (2-27)$$

上式において、林分面積 T が充分大きくなれば、カウント領域率 H_T は無視することができる。しかるときは、

$$\sigma_T^2 = m_T(1 - Q_T) \dots (2-27)'$$

この場合、もし占有面積を考慮に入れないときは、 $Q_T = 0$ 、 $\sigma_T^2 = m_T$ となる。これはすなわち占有面積を考慮しなければ、カウント数の分布はポアソン分布であらわされることを示すものである。また式 (2-27) において占有面積を無視すれば二項分布となり、

さらにカウント領域率が無視され得る場合にはポアソン分布になるものと解することもできる。実際には林分面積が充分大きい場合には、カウント領域率は無視できても、占有面積は無視できないから、占有面積の割合だけ、ポアソン分布の場合よりも分散が小さくなる。これはそれだけ林木の“運動の自由性”が制限せられるからである。

式 (2-27)' で $Q_T = 1$ とすれば、 σ_T^2 は 0 になる。これはすなわち、林面 T が余すところなく林木（のクローネ）によって占有されれば、カウント数は常に一定になることを示している。したがって、 $m_T(1 - Q_T) = 0$ とおき、 Q_T に適当な条件を与えることによって、単位面積上に含まれ得る林分断面積、あるいは成立本数を定めることができる。式 (2-23)' に準じて、

$$Q_T = \frac{k\theta^2}{7854} \cdot m_T \dots (2-28)$$

したがって式 (2-27)' より

$$\sigma_T^2 = m_T - \frac{k\theta^2}{7854} m_T^2 \dots (2-29)$$

すなわち σ_T^2 は m_T に関して抛物線を示し、 $m_T = 7854/k\theta^2$ において 0 になり、 $m_T = 7854/2k\theta^2$ において極大値をとる。したがって $k=1$ 、 $\theta=10$ とすれば $m_T = 78.54$ 、いいかえれば ha 当り約 80m² の林分断面積を含み得ることを示している。この限界はいうまでもなく θ に依存し、クローネ直径比の小さい林分、もしくは樹種ほど大きな林分断面積をとり得ることになる。

式 (2-24) において、添字 R を T にかえた上で $H_T = 0$ とおけば、

$$\sigma_T(\%) = \sqrt{\frac{1 - Q_T}{m_T}} \cdot 100$$

さらに、

$$\sigma_T(\%) = \sqrt{\frac{1}{m_T} - \frac{k\theta^2}{7854}} \cdot 100 \dots (2-30)$$

上式において、 m_T の $\frac{1}{k}$ なることを考慮すると、均質林分における不均質誤差の百分率標準誤差あるいはカウント数の変動係数は、断面積常数の平方根に比例するといえる。いま $k=1$ 、 $\theta^2=100$ において $\sigma_T(\%)$ を求めると表 (2-3) のようになる。

均質な林分に WZP を適用するには、林縁の影響のない範囲内で、すなわち林縁から少なくとも $cd_i/2$ だけ離れることを条件として任意の 1 点をとり、その点における WZP カウント数のみから林分断面積を推定してもよい。このときの誤差はクローネ直径比を適当に推定すれば、式 (2-30) から推定できる。一般には林内に何個かの標本点を、林縁の影響のない範囲内で無作為にえらび、各点の WZP カウント数を測定する。これらはモデル(A)における WZP 母集団からの任

表(2-3) カウント数の平均と変動係数との関係 $k=1, \theta^2=100$

| m_T | $\sigma_T(\%)$ |
|-------|----------------|
| 10 | 29.6 |
| 15 | 23.2 |
| 20 | 19.3 |
| 25 | 16.6 |
| 30 | 14.4 |
| 35 | 12.6 |
| 40 | 11.2 |
| 45 | 9.8 |
| 50 | 8.5 |
| 55 | 7.4 |
| 60 | 6.3 |
| 65 | 5.2 |
| 70 | 3.9 |
| 75 | 2.5 |

意標本と考えられる。したがってこの場合標本から計算される誤差は、各点間の抽出誤差と考えてもよく、また不均質誤差の推定と考えてもよい。均質林分では抽出誤差と不均質誤差とは一致する。この場合 m の推定としては \bar{x} を用い、その誤差は s/\sqrt{n} 、すなわち不均質誤差の $1/\sqrt{n}$ となる。

232. 林分の均質性判定に対する応用⁸⁹⁾。

前項最後の所論から、均質な林分においては、カウント数の分布は、 $N\{m_T, m_T(1-H_T)(1-Q_T)\}$ に従うといえる。他方このような林分から無作為に抽出された n 個の観測点について WZP のカウント数をとれば、それらは上の WZP 母集団からの任意標本を構成することになる。したがって、

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n x_t, \quad s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2$$

は、それぞれ m, σ^2 に対する不偏推定値となる。したがって、

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_T^2} \dots\dots\dots (2-31)$$

とおけば、それは自由度 $n-1$ なる χ^2 分布に従うので、これを林分の均質性判定に用いることができる。たとえば $\Pr\{\chi^2 > \chi_0^2\} \leq 5\%$ なら、われわれはこの林分における林木の位置的分布は不均等であると判定できるし、また反対に、 $\Pr\{\chi^2 < \chi_0^2\} \geq 95\%$ なら、林木は偶然として起る以上に齊一に分布しているということになる。

式(2-31)の σ_T^2 は、カウント領域が無視できなければ式(2-27)、無視できれば式(2-27)' または式(2-29)で推定する。この場合 m_T, H_T, θ 等は推定または仮定しなければならないが、次のようにすれば実用上充分であろう：

- (1) m_T の代りに \bar{x} を用いる。
- (2) $H_T = c^2 \bar{g}/T$ あるいは $H_T = m_T/Z_T$ 。

Z_T は経験によって推定してもよいが、カウント木の直径を測定しておけば、サンプリングの過程において容易に推定できる^{11)24)89)84)etc.}

(3) この方法で重要なのは、クローネ直径比 θ をどのように定めるかということである。クローネは互にある程度まで交絡しあうことができるから、みかけ上の比率より幾分小さくとるのが合理的であろう。

〔例1〕 大野演習林測定試験地、スギ人工林(1960年8月測定)

林令48年, $T=2.6\text{ha}, G_{(ha)}=51.31\text{m}^2$
 $\bar{g}=0.0673\text{m}^2, k=2, m=25.48, H_T=0.0129$
 $\theta=10$ とおけば、
 $Q_T = \frac{2 \times 25.48 \times 100}{7854} = 0.6533$

ゆえに、

$$\sigma_T^2 = 25.48(1-0.0129)(1-0.6533) = 8.7200$$

あるいは式(2-29)を用いて、

$$\sigma_T^2 = 25.48 - \frac{2 \times 100 \times 25.48^2}{7854} = 8.9476$$

一方系統的抽出(厳密にいえば、無作為抽出によるべきである)により選ばれた15点につき、 $k=2$ のシュピーゲルレラスコープによって調査した結果は付表(3-1)の通りであった。これより、 $\bar{x}=24.93, s^2=13.4236$ 、したがって、

$$\chi^2 = \frac{14 \times 13.4236}{8.7200} = 21.55$$

自由度14において、

$$0.05 < \Pr\{\chi^2 > 21.55\} < 0.10$$

ゆえにこの林分は均質であるといえる。

〔例2〕 赤西国有林、スギ人工林

林令40年, $T=4.4\text{ha}, G_{(ha)}=39.23\text{m}^2$
 $\bar{g}=0.0544\text{m}^2, k=2, m_T=19.62$
 $H_T=0.0061, \theta=10, Q_T=0.4995$

ゆえに、

$$\sigma_T^2 = 19.62(1-0.0061)(1-0.4995) = 9.7599$$

一方20個の観測点における測定結果より、 $\bar{x}=18.10, s^2=43.1474$ 、したがって

$$\chi^2 = \frac{19 \times 43.1474}{9.7599} = 84.00$$

自由度19において、

$$\Pr\{\chi^2 > 84.00\} \ll 0.001$$

すなわちこの林分は、人工林にもかかわらず不均質であると判断できる。

233. 不均質林分についての考察——モデル(B)の場合

モデル(A)では、WZP 成立の条件は常になりたって

いた。モデル(B)ではこれが必ずしも常に成立しない。

T 上の、林縁効果の影響を受けない範囲内に任意の一点 P をとる。 Z_T 本の林木を T 上に無作為にばらまく試みを繰り返えすとき、 P におけるカウント数の分布を考える。 A_{Ti} および Z_{Ti} 、したがって A_T および Z_T の大きさは、林分の均質、不均質にかかわらず一定であるが、偏りのある林分では WZP 成立の条件 $a_{Ti}/A_{Ti}=R_i/T$ が必ずしも常に成立しない。したがってカウント数の分布は、それぞれの場合に応じて、式(2—10)と同じ形で与えられるが、式(2—25)は必ずしも常に成立しない。均質な林分では WZP 成立の条件が常になりたち、 a_{Ti} の変動は考える必要がないので、定点における各直径階の期待カウント数はそのまま各直径階の ha 当り断面積につながり、またそれらの合計は ha 当り林分断面積につながることができた。不均質な林分では、カウント領域 R_i 内における“マス”の数 a_{Ti} 自体の変動を考慮しなければならない。すなわち $A_T = \sum_{i=1}^l A_{Ti}$ 個の“マス”を T 上にばらまくこと、それに続いて Z_T 本の林木をその上にばらまくことを一組の試行として、そのあらゆる場合における平均を考えないと、モデル(A)の場合に対応してこない。モデル(B)では、各試行毎に A 個の“マス”は常になんらかの偏りを以って分布するであろう。

いま任意の試行に対する第 i 直径階の定点 P における期待カウント数は、

$$m_{Ti} = \frac{Z_{Ti} a_{Tij}}{A_{Ti}}, \text{ ただし } \frac{a_{Tij}}{A_{Ti}} \cong \frac{R_i}{T}$$

このような試行系列における a_{Ti} の母平均 \bar{a}_{Ti} を考え、それに対する期待カウント数の母平均を \bar{m}_{Ti} とすると、

$$\bar{m}_{Ti} = \frac{Z_{Ti} \bar{a}_{Ti}}{A_{Ti}} \dots\dots\dots(2-32)$$

\bar{a}_{Ti} と A_{Ti} との間には、 $\bar{a}_{Ti}/A_{Ti}=R_i/T$ なる関係が期待される。したがって、

$$\bar{m}_{Ti} = \frac{c^2}{T} G_{Ti} \dots\dots\dots(2-33)$$

全林木については、

$$\bar{m}_T = \frac{c^2}{T} G_T \dots\dots\dots(2-34)$$

このように不均質な林分についても、われわれのモデルによって WZP の成立を証明することができる。ただ不均質な場合には、“マス”の分布のあらゆる状態での期待カウント数の平均の形でしか林分断面積につながらない。

現実には、定点 P での“マス”の分布の変化、いいかえればカウント条件の変化を考える代りに、林内に幾つかの標本点を、林縁効果の影響が及ばない範囲で無作為にとり、期待カウント数 m の代りにただ 1 回

の測定値 x をとる。これらの平均値 \bar{x} をもって \bar{m} の推定値とするわけであるから、各観測点での測定値の含む偶然変動以外に、観測点間の変動すなわち本来の抽出誤差が考えられねばならない。これら両者が相加わって、みかけ上の抽出誤差として現れてくる。

234. WZP と PS.

PS はアメリカに古くからあった点格子(Dot grid)による推定方法に、WZP というよりはむしろレラスコープのアイデアをとり入れて発展せしめたものであるのに対し、WZP の本質は可変プロット法なのであって、このことはすでに前章に述べた所である。Prodan は WZP が、林分構造が Statistisch homogen である場合のみ正確に成立し、その他の場合には不均質誤差を与えることを明らかにした。筆者はそれをさらに発展せしめて、WZP 成立の条件を明らかにし、Prodan の不均質誤差の評価を与えるとともに、WZP が単位面におけるすべての林木のあらゆる可能な位置的分布において、定点のとりカウント数の平均に対して、成りたつことを明らかにした。そしてそれは、Prodan の考えた最大カウント木に対する円形プロットを単位面にとった場合のみならず、林分全体を単位にとっても、あるいはまた林分の均質、不均質をとわず、WZP が成立することを明らかにした。しかしていままで、Prodan から筆者の研究につながる線は、すなわち Bitterlich の WZP、換言すれば可変プロット法の思想に直接つながるもので、忠実にその立場に従ったものであった。PS について、筆者は前章にこれを紹介したが、自らこの立場をとることはなかった。筆者⁹⁷⁾はかつて B-法には 3 種の解釈すなわち、Grosenbaugh のポイントサンプリング、可変プロット法および WZP 本来の解釈としての Prodan の証明があることを述べた。しかし本論文での考察で WZP はすなわち可変プロット法そのものであり、Prodan の証明はさらにそれを継承し展開したものであることが明らかになったが、ポイントサンプリングはついに WZP と融合するに至らなかった。

WZP と PS とは異質のものであろうか？

異質であると筆者は答えたい。

レラスコープという共通の道具で数え上げた本数に共通の常数を乗ずるやり方は全く同様である。にもかかわらず両者の差異は全く本質的なものであって、それは単なる解釈の違いや、ものの表裏としてかたづけられないように思われる。この違いを一言にしていえば、それは点と面との違いであるということができよう。具体的にいえば次のようなことになる。

- (1) 一定の角度幅よりはみ出してみえる木の数を、林分断面積に結びつけるためには、カウント数と林分

断面積との間に、なんらかの面積的媒体がなくてはならない。この媒体として、WZP では、観測点を中心として、視準木の胸高断面積に比例した円形プロットを考えるのに対し、PS では、木を中心として、その拡大断面積を考える。

(2) WZP では、それぞれの直径の、対応するプロット内での断面積合計を、林分全体に対して、プロット面積を介して拡大しようとする。これは従来の円形プロット法の考え方の延長である。

これに対し、PS では各樹木の胸高断面積の拡大円を考え、その層の厚みをポイントサンプリングの手法を用いて推定し、さらに平均厚みから拡大円の延面積を推定して、これを断面積常数によって胸高断面積合計（林分断面積）に還元しようとする。これは従来の点格子法の延長である。

(3) WZP での母集団は、単位面上の全林木の考え得られるあらゆる配置において、定点のとりかたの数の全体であるとみられる。

PS ではそれは、林面上のあらゆる点における拡大円層の厚み量に関する集合であるといえる。

(4) 標本抽出の実行面においては、WZP でも PS でも、林面上に無作為に標本点を落とし、レラスコープでカウントする。後述のように、たとえば最大木に対する円プロットを単位面とする有限母集団として取り扱う場合は別として、WZP でも PS と同様視準範囲が互に重なってもさしつかえない。推定の方法も、上記有限母集団の場合外は全く同様である。

異なるところは林縁付近の観測点に対する処理方法であろう。WZP では、各直径に対応する完全円プロット内の本数を考えているのであるから、完全円を示さないプロットは、WZP 母集団の個体とはみなされない。したがって林縁から少なくとも最大木に対する円プロットの半径だけ内側に落された点のみを観測点として選べばよい。

PS の場合は、いわゆる“不偏性の条件”³³⁾⁵¹⁾⁷¹⁾を考える必要がある、Haga & Maezawa⁵¹⁾、北村⁷¹⁾等の補正法を適用しなければならない。

WZP では、その母集団は、上述のように、全林木の無作為配置の繰り返しに対する定点のカウント数の集合である。現実にはこのような繰り返しを行なうことはできないから、与えられた材木配置において、観測点を移動せしめることにより、標本抽出を行なうのである。これに対し PS では拡大円の延面積を知ろうとするのであるから、拡大円の及ぶ範囲の全体をサンプリング領域としなければならないのは当然といえる。

以上によってWZP と PS との差異が明らかになっ

たと思うが、ただサンプリングの実行面においては共通する点が少なくない。したがって本論文では WZP の立場をとりながらも、たとえば変動係数、推定精度の問題あるいは断面積常数の選択等の問題を論ずるにあたっては、PS の立場での研究報告をも引用するであろう。そのかぎりにおいては、本論文での研究結果もまた PS の実行にあたって参考となるであろう。

第3章 WZP における標本調査

前章において述べたように、WZP は単位面における林木の、考え得られるあらゆる位置的分布において定点のとりかたの数の平均に対して成立する。これを標本抽出の面からみると、それはちようど袋の中から有限個の球をとり出す場合における Replacement を伴う試行に相当する。したがって WZP における母集団は無限であると考えられる。

WZP を、従来のプロットサンプリングの延長とみて、プロットサイズが胸高断面積に比例するだけのものであると考えると、いいかえれば、可変プロット法としての観念にとられ過ぎると、従来のプロットサンプリングの概念からして、WZP における抽出単位として、ある種の面積的単位を考えざるを得なくなる。これに関連しては、従来いろいろの考えが表明せられている。

Husch¹⁸⁾は標本点間の距離は“同一の林木が2点以上で観測されないために、Estimating point 間の距離は少なくとも最大木に対する拡大円の直径だけとられなければならない”とした。Afanasyev³⁸⁾は、可変プロット法にあっては、プロットの大きさ、したがってまた調査歩合も林木の大きさに依存するから、全体としての調査歩合を1つの数字であらわすことは不可能であるとして、各直径階毎に調査歩合を与え、また観測点の数および間隔を定めるためには、平均直径、最大の林積比重を占める直径階、あるいは目的上特別の意義を有する直径を基準として選ぶべきであるとしている。

堂上⁸⁰⁾は、定面積プロット法において、プロット面積をいろいろ変えた場合の変動係数の変化を求め、これと B-法における変動係数とを比較した結果、面積を断面積平均木に対応する円プロットに等しくする定面積プロットの変動係数が、B-法の変動係数にもっとも近かったことから、B-法は断面積平均木に対する円プロット R_m を単位とする有限母集団として取り扱えることを述べている。

以上の有限母集団としての考え方は、ポイントサンプリングの立場からは、理解され得ないのは当然である。すなわちこの立場では、カウント数は点の有する

測度と解され、それらの点の集合としての無限母集団が想定されるからである。

ポイントサンプリングが無限母集団を想定することには全く疑問をはさむ余地はないが、可変プロット法での有限母集団の想定には明確でない点が多い。後者の立場に忠実に従うと、林分は、各直径の断面積に比例する面積をもったプロットの集合として、直径の大きさ毎に、それぞれの母集団が考えられる。レラスコープによる観測は、これらの直径別母集団から、同心円的に同じ大きさの標本を同時に抽出する操作とみられる。この考え方は観念的には理解し得られるが、標本抽出の実行面からみれば問題がある。断面積平均木に対する拡大円プロットを抽出単位とする考え方はこれに対する1つの解答とみられるが、定面積プロット法でのような明確な理解が困難であることは否定できない。

WZPはその想定された単位面内においては、上述した意味において無限母集団であると考えられることができるが、ただこの単位面を小さくとして、たとえば最大木に対する円プロットを単位面とする場合には、この単位面をプロットと考え、一般の定面積プロット法におけると同じ意味で、有限母集団を想定することができる⁽⁶⁷⁾⁽⁷⁵⁾⁽⁷⁶⁾。すなわち、林分全体を単位面とするかあるいは単位面の集合とみるかの差異である。以下この2つの場合にわけて論ずることとする。

31. 標本調査の方法

311. 林分全体を単位とする場合——無限形式

この場合は一般の無限母集団からの抽出であって、これを簡単に無限形式と呼ぼう。

視準域のOverlapに関係なく、幾つかの観測点を設定し、それらの観測点での測定結果を通常の方法により処理すればよい。

n : 標本の大きさ, \bar{x} : カウント数の平均,

s_T^2 : カウント数の分散, C_T : 変動係数,

$e_T(\%)$: 百分率最大誤差, T : 林分面積,

とすれば,

$$G'_{(na)} = k\bar{x}, \quad G'_T = kT\bar{x}$$

$$s_T^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad \dots\dots\dots (3-1)$$

$$e_T(\%) = \frac{t s_T}{\sqrt{n} \bar{x}} \cdot 100 = \frac{t C_T(\%)}{\sqrt{n}} \quad \dots\dots\dots (3-2)$$

また標本サイズは,

$$n = \frac{t^2 C_T^2(\%)}{e_T^2(\%)} \quad \dots\dots\dots (3-3)$$

均質な林分では、前述のように、不均質誤差は抽出誤差に融合するし、不均質な林分なら両者が相加された形となるであろうが、いずれの場合も形式的には上式に従って処置すればよい。ただし、林縁から最大木

に対する円プロットの半径だけ内側において観測点を選ぶようにしなければならない。

〔例〕 大野演習林測定試験地 (1960年8月測定)

スギ人工林, 林令48年, $G_{(na)} = 51.1417 \text{ m}^2/\text{ha}$
(毎木調査の結果による)

$k=2, n=15, \bar{x}=24.93, s_T^2=13.4286$

$s_T=3.67, C_T(\%)=14.7\%, t_{0.05}=2.145$

$$e_T(\%) = \frac{t C_T(\%)}{\sqrt{n}} = \frac{2.145 \times 14.7}{\sqrt{15}} = 8.13\%$$

$$\therefore \bar{b} = 24.93(1 \pm 0.0813) = 24.93 \pm 2.03$$

これに対し毎木調査の結果から期待されるカウント数は,

$$\hat{b} = \frac{G_{(na)}}{k} = 51.1417 \times \frac{1}{2} = 25.57$$

312. 最大木に対応する拡大円プロットをWZPの単位面とし、それを抽出単位とする場合——有限形式

林分を林木最大直径に対応する拡大プロット R_i の集合としての有限母集団とみれば、WZPによる調査はプロット内胸高断面積合計を輪尺の代りにレラスコープを用いて調査するものとみなすことができる。この場合を有限形式と呼ぶことにする。その場合、単位面上の断面積合計に対して期待されるべきカウント数と現実カウント数とが一致しないため、不均質誤差が介入してくることになり、抽出誤差とともに不均質誤差をも同時に考慮する必要が生じる。したがってこの場合には、標本の大きさを一定とすれば、輪尺を用いる定面積プロット法に比べて本法の精度が低いことは明らかである。なお不均質誤差の評価は式(2-21)''によってこれを行なうことができるが、この場合、単位面内の林木の成立に対する条件は均質であることを前提とする。林分全体としてみれば、不均質であっても小面積の各部分をとれば均質とみなされる場合が多いであろう。

以下単位面を R_i とする有限母集団の場合の標本調査の誤差を推定してみる。記号を以下のように定める。

T : 林分面積

$N=T/R_i$: 単位面の数 (母集団の大きさ)

n : 標本の大きさ

x_j : 第 j 単位面における WZP による現実のカウント数

$\bar{x} = \sum_{j=1}^N x_j / N$: 現実カウント数の母平均

$\bar{x} = \sum_{j=1}^n x_j / n$: 現実カウント数の標本平均

M_j : 第 j 単位面における期待カウント数

$\bar{M} = \sum_{j=1}^N M_j / N$: 期待カウント数の母平均

- △_j: 第j単位面における不均質誤差
- σ_M²: 期待カウント数の母分散
- σ_x²: 現実カウント数の母分散
- σ_{Ij}²: 第j単位面における不物質誤差の分散
- s_x²: σ_x² の標本推定値

期待カウント数は、単位面上の胸高断面面積合計に比例する量であるから、均質な林分では、実際上 N(\bar{M} , σ_M²) なる正規分布に従うとみなされよう。実際には M_j の代りに x_j が得られるわけであるが、これには前述の不均質誤差が含まれている。

$$x_j = M_j + \Delta_j$$

\bar{M} を基準にとって x_j の誤差を考え、それを δ であらわすと、

$$\delta_j = x_j - \bar{M}$$

また、

$$\delta'_j = x_j - \bar{x}$$

$$\delta_x = \bar{x} - \bar{M} = \frac{1}{N} \left(\sum_{j=1}^N x_j - \sum_{j=1}^N M_j \right) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \Delta_j$$

とおけば、

$$\delta_j = x_j - \bar{x} + \bar{x} - \bar{M} = \delta'_j + \delta_x$$

その分散は、

$$V(\delta_j) = V(\delta'_j) + V(\delta_x) + 2cov(\delta'_j, \delta_x)$$

しかるに、

$$V(\delta'_j) = \sigma_x^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (x_j - \bar{x})^2$$

$$V(\delta_x) = \frac{1}{N^2} \sum_{j=1}^N V(\Delta_j) = \frac{1}{N^2} \sum_{j=1}^N \sigma_{Ij}^2$$

δ'_j は抽出誤差であり、δ_x は不均質誤差の平均であるから、両者は互に独立とみなされる。したがって、

$$Cov(\delta'_j, \delta_x) = 0$$

ゆえに、

$$V(\delta_j) = \sigma_x^2 + \frac{1}{N^2} \sum_{j=1}^N \sigma_{Ij}^2 \quad \dots\dots\dots(3-4)$$

したがって大きさ n の標本の平均値の誤差分散は、

$$V(\delta) = \frac{1}{n} \sigma_x^2 + \frac{1}{N^2} \sum_{j=1}^N \sigma_{Ij}^2 \quad \dots\dots\dots(3-5)$$

σ_x² の推定値として、

$$s_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2$$

を用い、面積的に有限補正を施せば、

$$V(\delta) \rightarrow \frac{T-nR_l}{T} \cdot \frac{1}{n} s_x^2 + \frac{1}{N^2} \sum_{j=1}^N \sigma_{Ij}^2$$

$\frac{1}{N^2} \sum_{j=1}^N \sigma_{Ij}^2$ は各単位面における不均質誤差の N 個の単位面についての平均の分散であるから、これを σ_I²/N (σ_I² = $\sum \sigma_{Ij}^2 / N$) とおけば、

$$V(\delta) \rightarrow s_\delta^2 = \frac{T-nR_l}{T} \cdot \frac{1}{n} s_x^2 + \frac{\sigma_I^2}{N} \quad \dots\dots(3-6)$$

上式で不均質誤差の分散は母集団の大きさに応じて減少するが、0 とはならない。これはこの誤差の性格

上当然のことである。σ_I² の推定は経験によるか、あるいは各カウント木の直径を測定しておき、式(2-21)''によって各プロット毎に σ_{Ij}² を求め、これの標本平均を以て推定すればよいであろう。

プロット面積を R_l に等しくする普通の円形プロットサンプリングでは式(3-6)の第2項は存在せず、またプロット間の断面積の分散は s_x² と同等と考えられるから、前述のように標本の大きさを一定とすれば WZP に比べて精度は明らかに高いといえる。

式(3-6)から百分率誤差を求めるには、s_δ² をそのまま用いても実用上差しつかえないが⁷⁵⁾、抽出誤差と不均質誤差とに分けて推定するほうがよいであろう。

抽出誤差の百分率を e_s(%) とすると、

$$e_s(\%) = t C_s(\%) \sqrt{\frac{T-nR_l}{Tn}} \quad \dots\dots\dots(3-7)$$

ただし、C_s(%) = 100s_x/x

不均質誤差に基づく百分率誤差は、これを e_I(%) とすると、

$$e_I(\%) = \frac{2C_I(\%)}{\sqrt{N}} \quad \dots\dots\dots(3-8)$$

ただし、C_I(%) = 100σ_I/ \bar{M}

$$\sigma_I^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \sigma_{Ij}^2$$

全体としての百分率誤差は、

$$e(\%) = \sqrt{e_s^2(\%) + e_I^2(\%)} \quad \dots\dots\dots(3-9)$$

e_s(%) に比べて、e_I(%) が無視できる位に小さければ、

$$e(\%) \approx e_s(\%) \quad \dots\dots\dots(3-9)'$$

式(3-9)を変形すれば、

$$e^2 = \frac{t^2 C_s^2 (T-nR_l)}{Tn} + 4 \frac{C_I^2}{N} \quad \dots\dots\dots(3-9)''$$

t = 2 とおけば、

$$e^2 \approx 4 \left\{ \frac{C_s^2 (T-nR_l)}{Tn} + \frac{C_I^2}{N} \right\}$$

T/R_l = N なる関係を考慮すれば、

$$n \approx \frac{4NC_s^2}{Ne^2 + 4(C_s^2 + C_I^2)} \quad \dots\dots\dots(3-10)$$

したがって、C_s, C_I を大略推定すれば n が求められる。

〔例〕 大野演習林測定試験地 (1960年8月測定)

これは前項に引例したのと同例である。系統的に15個の標本を、単位面相互の重なりがないように抽出した。なお最大直径は 54cm であるが、52cm 以上の本数は僅か4本に過ぎないから、単位面積計算の基礎としては便宜上 d_i = 50cm とした。

- T = 2.6ha, k = 2, g_l = 0.1964m²,
- R_l = 0.1964 × 5000 = 0.982ha, N = 26,
- n = 15, \bar{x} = 24.93, s_x² = 13.4286, s_x = 3.67,
- C_s(%) = 14.7%

この測定では、とくにカウント木の直径は測定されなかった。表(2-2)の結果から、単一不均質誤差の分散を4とおさえると、 $\sigma^2=4$ 、 \bar{M} の代りに \bar{x} を用いれば、

$$C_I(\%) = \frac{2}{24.93} \times 100 = 8.0\%$$

$$e_s(\%) = 2.145 \times 14.7 \sqrt{\frac{2.6 - 15 \times 0.0982}{2.6 \times 15}} = 5.37\%$$

$$e_I(\%) = \frac{2C_I(\%)}{\sqrt{N}} = 3.14\%$$

$$e(\%) = \sqrt{5.37^2 + 3.14^2} = 6.22\%$$

ゆえに、

$$\bar{M} = 24.93(1 \pm 0.0622) = 24.93 \pm 1.55$$

これは前項の無限母集団の場合より精度がよい。

313. 無限形式と有限形式との精度の比較

無限形式と有限形式といずれが有利か比較してみよう。条件を揃えるために、観測点の数は等しいものとする。

式(3-2)より、

$$\text{無限形式 } e_1^2 = \frac{t^2 C^2}{n}$$

式(3-9)より、

$$\text{有限形式 } e_2^2 = \frac{t^2(T - nR_l)}{Tn} C_s^2 + \frac{4C_I^2}{N}$$

しかるに、

$$N = \frac{T}{R_l} = \frac{n}{f}, \quad R_l = \frac{fT}{n}$$

ただし、 f : 抽出比

$$\therefore e_2^2 = \frac{t^2(1-f)}{n} C_s^2 + \frac{4f}{n} C_I^2$$

ゆえに、

$$e_1^2 - e_2^2 = \frac{t^2}{n} C^2 - \frac{t^2(1-f)}{n} C_s^2 - \frac{4f}{n} C_I^2$$

C は無限形式の場合のカウント数の変動係数であり、 C_s は有限形式の場合のそれであるから、両者相等しいとはいえないが、大体同じオーダーのものともみなせる。これは林分が均質でも不均質でも同じことである。したがって、

$$e_1^2 - e_2^2 \approx \frac{f}{n} (t^2 C_s^2 - 4C_I^2)$$

すなわち e_1 と e_2 との大小関係は、 $t^2 C_s^2$ と $4C_I^2$ との大小関係によって決まる。しかるに95%の信頼度では一般に $t^2 > 4$ であるから、 $C_s \geq C_I$ なら $e_1 > e_2$ であるといえる。

不均質林分では、 C_s は C_I に比べてかなり大きいはずで、有限形式の方が有利である。

均質林分では、

$$C_I^2 \approx \frac{(1-H_R)(1-Q)}{m}, \quad C_s^2 \approx \frac{(1-H_T)(1-Q)}{m}$$

とおくことができるが、 $H_T = R_m/T$, $H_R = R_m/R_l$, $T > R_l$ であるから、 $1-H_T > 1-H_R$, したがって、 $C_s > C_I$, $e_1 > e_2$ となる。

すなわち林分の均質不均質を問わず、有限形式のほ

うが精度はよいといえる。 $f \rightarrow 0$ なら、 $e_1 \rightarrow e_2$ となるから、抽出比が小さくなるほど、すなわち一般的にいて林分面積が大きくなるほど、両者の差は少なくなっていく。

均質林分の場合には、式(3-11)をかきなおすと、

$$e_1^2 - e_2^2 = \frac{R_l C_I^2}{T} \left\{ \frac{t^2 R_l (T - R_m)}{T(R_l - R_m)} - 4 \right\} \equiv L \dots\dots\dots(3-12)$$

これより、

$$\frac{e_1}{e_2} = \sqrt{\frac{L}{e_2^2} + 1}$$

試みに、 $k=2$, $C_I=10\%$, $d_m=30\text{cm}$, $d_l=50\text{cm}$, $T=20R_l$, $e_2=8\%$ とすると、 $R_m=353.45\text{m}^2$, $R_l=981.75\text{m}^2$, したがって、 $L=18.36$, $e_1/e_2=1.14$ となる。すなわち無限形式の百分率誤差は有限形式のそれよりも約14%大きいといえる。

一般的にいて、小面積の林分ほど、また不均質な林分ほど、有限補正が効いてくるだけ、有限形式のほうが有利であるといえる。比較的均質な一斉林なら、 $T=30R_l$ にもなれば、有限形式の効果はないものとみてよい。むしろ煩雑なだけ有限形式のほうが劣るといってよからう。

32. 調査の精度

大友⁸⁸⁾はB法の誤差として次の7つをあげている。

- (1) 測定者による個人誤差
- (2) スリット巾を変えることによる誤差の大小。
- (3) 林分の異質性にともない導入されてくる誤差。
- (4) 木が他の木のかげになって見えないことにより生ずる誤差。
- (5) 境界すれすれの木は遠距離のため判定しがたくそのために生ずる誤差。
- (6) 林縁近くにとられる標本点にとまらぬ偏りによる誤差
- (7) サンプリングエラー

大友はPSをも含めてB法全体について述べているのであるが、WZPだけに限定してもその誤差原因は大體以上によって尽されていると思われる。強いてあげれば器械誤差を加えることができよう。これらのなかには独立しているものもあるが、また互に関連しているものもある。しかしてB法では断面積常数(したがってスリット幅、あるいはバンド幅)が精度および功程の上で決定的な影響をもっていることは否定し難い事実であるから、ここでは断面積常数を中心に上記の誤差を論じていくことにする。

上の誤差を系統的なものと偶然的なものに区分すると、前者としては(1), (4), (6)それに器械誤差があげられ、後者としては(3), (5), (7)があげられる。(2)は誤差要因というよりも、他の要因に対する断面積常数の

影響であって、ここでの中心課題そのものである。ここでは測定値の系統的誤差と、偶然的誤差とに分けて考察してみよう。

321. 系統的誤差——測定値の偏り

ここに系統的誤差とは、測定値が真値に対して示す系統的偏りのことである。林縁効果による偏りは、PS の場合には重要であるが、WZP では考慮の要はない。

まずいままでの幾つかの研究結果をあげてみよう。

Deutschman²³⁾は高地帯の広葉樹林で、臨界角(Critical angle) 104.4' のレラスコープで測定を試みたところ、毎木調査の結果と比較して、Small poles については平均50%の過大推定となり、Large poles および Saw timber size については平均20%の過小推定、また全体としても多くの場合過小推定となっている。誤差の原因として彼は、経験不足を第1に、Marginal tree の判定の困難性と、かんぼくや枝葉による視準の妨害をあげている。

白井³⁰⁾は前記の大野演習林測定試験地において、断面積常数が大きくなるほど林分断面積測定値は大きくなるという結果を得ている。k2 による測定結果がもっとも毎木調査の結果に近かった。

岡崎—菅原⁴⁵⁾等によれば、k2 を用いた場合もっとも偏りが少なく、k1 の場合は過小、k4 の場合は過大となる傾向がみられた。そしてその傾向は人工林におけるよりも、大径木が多く、直径変動係数の大きい天然林において強くあらわれた。彼等はその原因として、断面積常数1を用いた場合は視準範囲が広くなり、数え落しが多くなることをあげている。しかしk4 において過大となることの説明は充分与えられていない。

Blutel⁶⁰⁾が86年生の非常に均質なブナ林において、k1, k2, k4 の各断面積常数でいて、それぞれ4個の測点で観測した結果は、平均として次の通りであった。

| 断面積 常 数 | 林分断面積 (m ² /ha) | カウ ン ト 本 数 の 範 圍 |
|------------|-------------------------------|---------------------------------------|
| 1 | 25 | 24~26 |
| 2 | 31 | 14~16 |
| 4 | 36 | 8~11 |

真の断面積は 25m²/ha であったから、この場合は k1 がもっとも正しい結果を与え、k2, k4 は過大推定を与えたといえる。

また92年生のカシワの林分に、1ha づつの2つの試験地、すなわち (I) 強度の間伐、(II) 弱度の間伐の2つの試験地をとり、B-法に関するいろいろの測定を行ったが、林分断面積推定誤差は次の通りであった。

| 断面積常数 | I + II | I | II | カウ ン ト 本 数 |
|-------|--------|--------|------|------------------------|
| 1 | -5.3% | +4% | -12% | 20~30本 |
| 2 | -8.8% | -12.3% | -10% | 10~15本 |

ただし、観測点数は k1 の場合は ha 当り4点、k2 の場合は ha 当り5点で、上の値はそれらの平均値の示した誤差である。これで見るとほとんど過小推定となっているが、強度の間伐地区のほうが弱度の間伐地区に比べてその傾向が強いようである。以上の結果から彼は、カウント木の本数が少なくとも20~25本になる位の断面積常数を選ぶべきであり、それ以下では満足な結果が得られないとして、アメリカやフィンランドでカウント木の適正本数を10~20、時には4~3本としていることを強く批判している。

大友⁶⁸⁾が天城国有林内のスギ50年生林分において行った実験の結果では、真値との比較において負の偏りが多くみられ、しかもその程度は断面積常数が k1, k2, k4 と大きくなるに従って小さくなっている。スリット幅、すなわち断面積常数による誤差率の差は高度に有意であり、k4, k2, k1 の順に精度が減少している。

また大友—西沢—西谷—真辺—葉袋⁶⁹⁾がカラマツ60年生の林分で行った試験結果によると、器械による測定値と、立木位置図から得られた断面積との偏りは、断面積常数 k1, k2, k4 の間では有意差はみられなかったものの、傾向としては k4, k2, k1 の順序に偏りが増大しているのがみられ、一般に器械による測定値のほうが小さくでている。

平賀⁸⁷⁾は、北海道十勝西部の天然生林において、林相、方位、傾斜、土壌型、立木本数、蓄積を異にするように、面積0.1haのプロットを選び、各プロットの中央を測点として B-法を実施し、その結果を実測値と比較した。その結果は次のようであった。

(1) 実測値に対して、k1, k2 では負の偏りがみられ、k4 ではみられなかった。

(2) スリット幅(断面積常数)の差による誤差の順位には偶然性が否定できなかった。

(3) 立木本数、蓄積、平均直径、直径の変動係数と誤差との相関性はなかった。

(4) 林相、傾斜による誤差の有意性は認められない。

次に筆者⁷⁰⁾の実験結果をみてみよう。

赤西国有林内スギ天然生林において設定した2~3のプロットについて、位置図による図上カウント数と、レラスコープによる測定結果とを比較してみると表(3-1)のようになる。

観測数が僅かであるため、個人間、断面積常数間の差は検出できないし、またカウント数自体が小さいか

表(3-1) 図上のカウント数とレラスコープ
カウント数との比較
(赤西国有林スギ天然生林)

| 番号 | 断面積 常数 | 図上 | 測者1 | 測者2 |
|----|-----------|------|------------|-------------|
| 1 | k2 | 17.5 | 17 (-2.8%) | 18 (+2.8%) |
| | k4 | 11 | 11 (0%) | 10 (-9.1%) |
| 2 | k2 | 8 | 7.5(-6.2%) | 9(+12.5%) |
| | k4 | 6 | 5(-16.7%) | 4.5(-25.0%) |
| 3 | k2 | 17 | 15(-11.7%) | 15(-11.7%) |
| | k4 | 8.5 | 8 (-5.9%) | 8 (-5.9%) |

ら誤差率が異常に大きく出ているが、大体において負の誤差が出る傾向が認められる。また個人誤差はほとんど認められない。なおこの種のやり方では位置図自体にも作成の際の誤差が含まれているとみなしなければならないから、図上カウント数が必ずしも正しいとはいえない点に注意すべきである。

次に図(2-1)の大野演習林測定試験地の例について

表(3-2) 図上カウント数とレラスコープ
カウント数との比較
(大野測定試験地, No. 29)

| 断面積 常数 | 図上 | レラスコープ (1960) | レラスコープ (1961) |
|-----------|----|------------------|------------------|
| k1 | 62 | 59 (-4.8%) | 55 (-11.3%) |
| k2 | 29 | 27.5(-5.2%) | 30.5 (+1.7%) |
| k3 | 16 | 15.5(-3.1%) | 15 (-6.2%) |

て、図上カウント数と、レラスコープカウント数とを比較してみると表(3-2)のようになる。この場合もまたレラスコープによる測定は過小の値を与える傾向がみられる。

さらに、付表(3-2)に示した1961年4月の測定結果を ha 当り断面積に換算したものについて、断面積常数間の差の有意性を検定すると次のようになる。ただし厳密にいうとこの測定値にはプロットによる林分構造の差や、断面積常数による視準範囲の差に基づく変動等が含まれているので、このような比較は妥当でないかも知れぬが、ただ標本がかなり大きいので、以上の変動は充分相殺されると考えられる。

$$\text{差の平均} \Delta : \begin{cases} k2-k1=3.41^{**} \\ k4-k2=3.31^{**} \end{cases}$$

これによると k1, k2, k4 の順序に平均として測定結果が大きくなることがわかる。

それではこれら3種の測定結果のうち、いずれが真の ha 当り林分断面積により近いかを検討してみると表(3-3)のようになる。すなわち真値との比較において、k1, k2, k4 共に負の偏りを有するが、その程度は k1 に最大で k4 に最小であることがわかる。す

表(3-3) レラスコープによる ha 当り林分
胸高断面積の測定値のかたより
(大野測定試験地, 1961年)

| 項目 | 断面積常数 | | |
|----------------------------|-------|-------|---------|
| | 1 | 2 | 4 |
| 測定断面積 (m ² /ha) | 41.66 | 45.06 | 47.94 |
| 標準偏差 | 8.25 | 9.16 | 9.59 |
| 真の断面積 (m ² /ha) | 51.14 | 51.14 | 51.14 |
| 差 | -9.48 | -6.08 | -3.20 |
| t の 値 | 6.5** | 3.8* | 2.1085* |

なわち k4 がもっとも良好な結果を与える。

次に付表(3-2)のような模型林分上に任意に10個の観測点をおとし、図上でカウントした結果を表(3-4)に示す。

表(3-4) 模型林分についての測定

| 標本 番号 | (k1) | (k2) | (k4) | 2(k2) | 4(k4) | (k1)- 2(k2) |
|----------|------|------|------|-------|-------|----------------|
| 1 | 51 | 29 | 13 | 58 | 52 | -7 |
| 2 | 55 | 21 | 16 | 48 | 64 | 7 |
| 3 | 54 | 28 | 15 | 56 | 60 | -2 |
| 4 | 55 | 25 | 10 | 50 | 40 | 5 |
| 5 | 47 | 25 | 13 | 50 | 52 | -3 |
| 6 | 58 | 27 | 16 | 54 | 64 | 4 |
| 7 | 61 | 27 | 16 | 54 | 64 | 7 |
| 8 | 55 | 25 | 12 | 50 | 48 | 5 |
| 9 | 57 | 25 | 14 | 50 | 56 | 7 |
| 10 | 58 | 27 | 12 | 54 | 48 | 4 |
| x | 55.1 | 26.2 | 13.7 | 52.4 | 54.8 | 2.7 |
| s | 3.93 | 1.62 | 2.06 | — | — | 4.93 |
| C(%) | 7.14 | 6.2 | 15.0 | — | — | — |

k2, k4 のカウント数をそれぞれ2倍、4倍したものの平均と、k1の平均とを比較してみると、k2の測定結果が真値にもっとも近い。ちなみに断面積常数毎の推定は、

$$\begin{aligned} k1 & G_{(ha)}=55.1 \pm 2.81 & \text{c.c.}=95\% \\ k2 & G_{(ha)}=52.4 \pm 2.32 & \text{''} \\ k4 & G_{(ha)}=54.8 \pm 5.87 & \text{''} \end{aligned}$$

またもっとも大きな差を示す k1 と k2 について各点のカウント数の差を比較してみると、有意の差は見出されることがわかる。k1 と k4 には当然差はなく、結局図上カウント数には、断面積常数による差はないことがわかる。本来この種の比較は、断面積常数がちがうと視準範囲が異なり、林分構造もかわってくるので、比較が困難であって、限られた現実林分の位置図で比較してみても意味をなさない場合が多い。したがってこの比較では均質な模型林分で、平均的傾向をみようとしたのである。

以上の諸結果を総合してみよう。考察の視点として次の4つがあげられる。

- (1) 図上カウント数 (ba) の断面積常数間における比較。
- (2) 図上カウント数とレラスコープカウント数(br)との比較。
- (3) レラスコープカウント数の断面積常数間における比較。
- (4) レラスコープカウント数と期待カウント数(be) (真の断面積を対応する断面積常数で割ったもの) と

の比較。

このほか、図上カウント数と期待カウント数との比較が考えられるが、これは不均質誤差の問題で偶然誤差の領域に属する。項目別に概観してみると表(3-5)のようになる。

これから次の結論がでる。

- (1) 図上カウント数 (正確なカウント数) には断面積常数による偏りはない。
- (2) レラスコープカウント数は常に図上カウント数に対して負の偏りを示す。

表(3-5) WZP 測定値の偏りに関する研究結果一覧

| 項目 | 摘 | 要 | 研究者 |
|---------|--|----------------|---|
| (1) | $ba (k1) \approx 2ba (k2) \approx 4ba (k4)$ | | 大隅 (模型林分) |
| (2)-(a) | k1 $br < ba$ k2 " k4 " | (最良推定値) | 大友, 西沢その他 (カラマツ60年) |
| (b) | k2 $br < ba$ k4 " | | 大隅 (赤西, スギ天然生林) |
| (c) | k1 $br < ba$ k2 $br < ba$ k4 $br < ba$ | (最良推定値) | 大隅 (大野スギ48年) |
| (3)-(a) | $br (k1) < 2br (k2) < 4br (k4)$ | | 岡崎, 菅原他 (高野山, ヒノキ人工林, ヒノキ, カウヤマキ, トガ, 天然生林) |
| (b) | $br (k1) < 2br (k2) < 4br (k4)$ | | 白井 (大野, スギ) |
| (c) | $br (k1) < 2br (k2) < 4br (k4)$ $br (k1) > 2br (k2) > 4br (k4)$ | | Blutel (Hêtre) " (Chêne) |
| (d) | $br (k1) < 2br (k2) < 4br (k4)$ | | 大友 (天城, スギ50年) |
| (e) | $br (k1) \leq 2br (k2) \leq 4br (k4)$ | | 大友, 西沢他 (カラマツ) |
| (f) | $br (k1) \approx 2br (k2) \approx 4br (k4)$ | | 平賀 (十勝, 天然生林) |
| (g) | $br (k1) < 2br (k2) < 4br (k4)$ | | 大隅 (大野, スギ) |
| (4)-(a) | Small pole $br > be$ Large pole $br < be$ Saw timber $br < be$ Total $br < be$ | | Deitschman (Upland, Hardwoods) |
| (b) | k1 $br < be$ k2 $br \approx be$ k4 $br > be$ | (最良推定値, 19) | 岡崎, 菅原他 (高野山) |
| (c) | k1 $br < be$ k2 $br \approx be$ k4 $br > be$ | (最良推定値, 22) | 白井 (大野) |
| (d) | k1 $br \approx be$ k2 $br > be$ k4 $br > be$ k1 $br < be$ k2 $br < be$ | (最良推定値, 24~26) | Blutel (Hêtre) " (Chêne) |
| (e) | k1 $br < be$ k2 $br < be$ k4 $br \leq be$ | (最良推定値, 12) | 大友 (天城) |
| (f) | k1 $br < be$ k2 $br < be$ k4 $br \leq be$ | (最良推定値) | 平賀 |
| (g) | k1 $br < be$ k2 $br < be$ k4 $br \leq be$ | (最良推定値, 12) | 大隅 (大野) |

備考 \approx : “相等しいとみなし得る。”

$A \leq B$: “AはBよりも小さいが有意差はない。”

(最良推定値, 12) は真の断面積に最も近い値を与えたもの, “12”はカウント数。

(3) 上の傾向は断面積常数が小さくなるほど強くあらわれる。

(4) レラスコープカウント数と期待カウント数との関係は断面積常数により異なる。すなわち

- k1 …… 一般に過小の値を与える。
- k2 …… どちらかといえば過小の値を与える。
- k4 …… 妥当な値を示すが、ときにより過大または過小の値を示す。

本来のカウント数には断面積常数間における差はみられないが、レラスコープによる測定値はほとんど常に負の偏りを示し、しかもその程度は断面積常数の小さいほど大きい。この偏りは他の木のかげになってみ落されるための誤差、および視準限界付近の木で、判定の困難なものについて生ずる誤差等に基くものと考えられる。

上記の報告中、レラスコープカウント数が期待カウント数よりも大きな値を示したものがあるが、これについては首肯するにたる理由が見当らない。おそらく何等かの偶然に基づくものであろう。

322. 不均質誤差とカウント数の変動係数

すでに述べたように、WZP を林分全体を単位面として適用する場合、林分が均質なら、標本抽出誤差は不均質誤差に一致するし、林分に偏りがあれば、観測値自体に含まれる不均質誤差と、観測値間の標本抽出誤差とが加わって、みかけ上の抽出誤差となつてあらわれてくる。また最大プロットを単位とするプロットサンプリング形式によるときは、単位面内の不均質誤差と単位面間の抽出誤差が問題となる。これらはいずれも偶然誤差に属するものである。

不均質誤差についてはすでに211において詳述した。すなわち不均質誤差の百分率標準誤差は式(2-24)によって与えられる。ここにはとくにそれが、断面積常数の平方根 \sqrt{k} に比例することを想起すれば充分であろう。試みに表(2-2)の σ^2 (%)について、k2 と k4 の場合の比をとると、表(3-6)のようになる。林

表(3-6) 断面積常数と不均質誤差の変動係数

| プロット番号 | σ_{R2} (%) | σ_{R4} (%) | σ_{R4}/σ_{R2} | |
|--------|-------------------|-------------------|---------------------------|------|
| 大 枝 | No. 1 | 10.7 | 16.6 | 1.55 |
| | No. 2 | 13.7 | 14.7 | 1.07 |
| 大 野 | No. 3 | 7.7 | 10.5 | 1.36 |
| | No. 9 | 7.6 | 10.0 | 1.32 |
| | No. 18 | 8.8 | 17.2 | 1.96 |
| | No. 27 | 11.3 | 16.8 | 1.48 |
| | No. 29 | 6.3 | 8.9 | 1.41 |
| 赤 西 | No. 1 | 11.8 | 15.7 | 1.33 |
| | No. 2 | 18.3 | 19.4 | 1.06 |
| | No. 3 | 11.5 | 15.1 | 1.31 |
| 平 均 | — | — | 1.39 | |

分の状態によって一様ではないけれども、平均としてk4における σ_R (%)はk2の場合のその1.39倍、すなわちほぼ $\sqrt{2}$ 倍となっていることがわかる。

林分全体を単位として、WZP を均質林分に適用した場合の不均質誤差の百分率標準誤差は、一面カウント数の変動係数でもある。この変動係数はポイントサンプリングにも共通する。それは式(2-30)および表(2-3)で与えられる。同一林分については断面積常数の平方根に比例する。

一般の林分は、その成立の原因、年令等によって構造の均質度が異なる。たとえば天然生林は一般に不均質であるが、幼壯令の密度の高い人工林では統計的に期待される以上に高い均質度を示す場合がある。

表(3-7) 断面積常数とカウント数の変動係数
大野測定試験地(1960年)

| 項 目 | k1 | k2 | k4 |
|---------|-----------|------------|------------|
| | カウント数 | | |
| 平 均 値 | 46.08 | 24.93 | 12.42 |
| 分 散 | 42.4100 | 13.6021 | 6.3453 |
| 変動係数(%) | 14.2(9.5) | 14.8(12.1) | 20.3(17.2) |

注：()内は式(2-35)により計算した期待値
 $\theta=10$ として計算

表(3-8) 断面積常数とカウント数の変動係数
高野山国有林(岡崎一菅原, 1958)

| 林 班 | 樹 種, 林 型, 林 令 | ha 当り林分断面積 | | | 変 動 係 数 | | |
|-----|-----------------------------|----------------|----------------|----------------|-------------|-------------|-------------|
| | | k1 | k2 | k4 | k1 | k2 | k4 |
| | | m ² | m ² | m ² | % | % | % |
| 44 | ひのき 人工, 64~68 | 39.46 | 42.28 | 44.00 | 13.4(11.2) | 14.7(14.8) | 20.9(28.0) |
| 32 | すぎ, ひのき 人工, 47~49 | 31.54 | 37.42 | 40.08 | 15.2(13.8) | 23.0(16.7) | 25.0(22.1) |
| 33 | すぎ, ひのき 人工, 36~37 | 25.58 | 32.00 | 37.74 | 16.8(16.2) | 20.6(19.2) | 17.0(23.5) |
| 36 | すぎ, ひのき 人工, 23~24 | 17.31 | 18.76 | 20.31 | 17.1(19.8)* | 17.1(26.5)* | 17.0(35.0)* |
| 7 | こうやまき, ひのき, もみ, つが, まつ, 天然生 | 58.00 | 74.24 | 92.00 | 23.0 | 26.3 | 40.1 |

注：()内は式(2-25)により計算した期待値・一般に $\theta=10$ としたが *は林令が低いため $\theta=12$ として計算

次に若干の例を示そう。

表(3—7)および表(3—8)において、多少の例外はあるものの、一般に断面積常数が大きくなるほど変動係数も大きくなっている。上表の人工林についての()内の数字は、これらの林分が均質であるとしたときの期待変動係数を式(2—30)から計算したものである。現実の変動係数はすべて期待変動係数のオーダーにあるとみることができ、したがってこれらの人工林は全く均質であるといつてよい。両表の5つの人工林について、現実変動係数と期待変動係数の平均をとってみると、次のようになる。

| 断面積常数 | 現実変動係数 | 期待変動係数 |
|-------|--------|--------|
| k1 | 15.3 | 14.1 |
| k2 | 17.9 | 17.9 |
| k4 | 20.0 | 25.2 |

となる。高野山7林班の天然生林は当然にもきわめて不均質であり、変動係数も大きい。これは前述のように不均質な林分にあつては、各観測点における不均質誤差の変動と観測点間の変動とが相加された形となって現実の変動係数に現れてくるからである。

一般の人工林においては式(2—30)によって変動係数を推定しても大した誤りはないであろうが、 θ の大きさを林分により適宜に選ぶようにしなければならない。同一の林分では変動係数は断面積常数の平方根に比例するとみなしてさしつかえない。

33. WZP の工期

WZP の工期は調査方法、使用器具、熟練度、調査環境等によって異なる。

WZP では観測点での測定はきわめて簡単であるから、工期面にもっとも大きく影響するのは観測点のとり方、すなわち抽出作業であると考えられる。抽出方式は林内では無作為抽出よりも系統的抽出がやりやすい。方位の測定はポケットコンパスよりもむしろプラントコンパス等が使い易い。またとくに煩わしいのは林内の傾斜地における水平距離の測定であるが、これにはシュピーゲルレラスコープを使用して、視準による間接的方法により定距離を林内にとっていくのがよい。この理由からしても系統的抽出によるのが賢明である。

筆者²⁴⁾²⁶⁾は方位の決定にポケットコンパスを用い、標本点間の距離の決定と林分断面積の測定にシュピーゲルレラスコープを用いる系統的抽出法について、スナップリーディング法(Snap reading method)による時間分析を行った。それによると標本点間の間隔が2倍となると、1点当りの標本点設定所要時間もほぼ2倍となっている。これは距離測定にシュピーゲルレラスコープを利用するにあたって、視準の限界を考慮

し、20m 毎に順次距離をとっていき、それに従って方位測定も単位作業毎に繰り返したからである。他の場合は事情はこれとは異なるであろうが、一般に設定所要時間が平均として標本点間の距離に比例すると仮定することは許されてよいであろう。一方断面積常数に比例して標本点の数を定めるとすれば、標本点数は k に比例するから、結局標本点設定所要時間は k にはほとんど無関係であるといえる。

次に1点当り平均カウント所要時間は、筆者の大河測定試験地における結果では、次のようであった。

- k1 ……5.7分
- k2 ……2.2分
- k4 ……1.6分

標本点数を k に比例せしめると、カウント総所要時間の比は、

$$k1 : k2 : k4 = 5.7 : 4.4 : 6.4$$

となり $k2$ がもっとも少なく、 $k4$ がもっとも多いことになる。しかしこれらの間には本質的な差異はないものと考えられる。結局工期面では、標本点数を断面積常数に比例せしめる限り(これは有限形式の場合は、調査歩合を一定にすることになる)、断面積常数による差異はないものとみなされる。

34. 断面積常数の選択

前2節において、断面積常数と精度および工期の関係について考察した。本節ではこれに基づいて、WZP により標本調査を行なう場合の断面積常数の選択について考察しよう。

考察の視点として、抽出誤差ならびに不均質誤差、観測値の偏りおよび工期をとることができる。しかるに工期については前節でみた通り、観測点数すなわち標本の大きさを断面積常数に比例せしめるかぎり、調査の工期は一定とみなされるから、ここでは問題を簡単にするために、標本の大きさを断面積常数に比例せしめることを前提として、調査精度の観点から考察を進めることにする。

標本調査の形態として、無限形式と有限形式の双方につき、まず個別に考察し、のちこれらを総合して考察することにする。

(1) 無限形式の場合

$c = tC/\sqrt{n}$ において、 $t=2$ とおけば、 $c = 2C/\sqrt{n}$ 、いま $k1$ における標本の大きさを n_1 とすれば、 $n = kn_1$ 、また C_1 を $k1$ におけるカウント数の変動係数とすれば、322に考察したところから従って、 $C = C_1\sqrt{k}$ とおくことができる。ゆえに、

$$c = \frac{2C_1\sqrt{k}}{\sqrt{k n_1}} = \frac{2C_1}{\sqrt{n_1}}$$

上式において、 C_1 は与えられた林分については一定で

あり、また n_1 は目標精度との関係において自由に定められるものである。したがって与えられた林分を与えられた目標精度の下で調査せんとするときは、 $C_1/\sqrt{n_1}$ は一定である。したがって抽出誤差については標本の大きさを断面積常数に比例せしめるかぎり、断面積常数は任意に選ぶことができる。

(2) 有限形式の場合

式 (3—9) を変形すれば、

$$e = \sqrt{\frac{T-nR_t}{Tn} f^2 C_s^2 + \frac{4C_I^2}{N}}$$

$t=2, f=nR_t/T$ (f : 調査歩合) とおけば、 $R_t=10000g_t/k$ であるから、

$$e = 2\sqrt{\frac{g_t(1-f)}{T_{(ha)k}f} C_s^2 + \frac{C_I^2}{N}}$$

ただし、 $T_{(ha)}$: ha 単位であらわされた林分面積、与えられた林分に対しては $T_{(ha)}$ 、 g_t は一定であるから、 f を一定にすれば e は k, C_s および C_I にかかるとなる。しかるに前述のように、 C_s, C_I は共に \sqrt{k} に、 N は k に比例する。ゆえに、

$$C_I^2/N \doteq \frac{C_I^2 k}{N_1 k} = \text{一定}$$

$$C_s^2 \doteq C_{s1}^2 k$$

ただし、 C_{I1} : $k1$ における不均質誤差の百分率標準誤差の平均。

N_1 : $k1$ における母集団の大きさ。

C_{s1} : $k1$ における抽出誤差の変動係数。

とおけば、

$$e \doteq 2\sqrt{\frac{g_t(1-f)C_{s1}^2}{T_{(ha)1}f} + \frac{C_{I1}^2}{N_1}}$$

すなわち有限形式の場合の誤差率も、無限形式の場合と同様に標本サイズを断面積常数に比例せしめるかぎり一定であるといえる。

次に以上の2つの抽出法に共通するものとして、単一観測点におけるカウント数の偏りの観点から考察してみよう。321において検定した結果では、偏りは $k4$ にもっとも少なく、 $k2, k1$ の順に増大するといえる。したがってそこに引例した実験報告の範囲内では、 $k4$ を採用するのがもっとも妥当であるといえる。しかしこの偏りの原因は、前述のように、他の木のかげに隠れてみえない木を数え落すことおよび限界木についての判定を誤ることによるものと考えられ、結局視準範囲の大きさに関するものとみなされるから、この問題は林分の平均胸高直径の大きさとの関連において判断すべきであろう。事実表 (3—5) における最良推定値と目されるもののなかに、 $k2$ あるいは $k1$ による推定値さえも含まれていることに注意する必要がある。これに対する1つの解答は、Bitterlich⁴⁹⁾や Blutel⁶⁰⁾がいうように、1点当りのカウント数を断面積常数の選

択に対する判定の基準にすることである。すなわちカウント数の基準範囲を定めておいて、実際のカウント数が、この基準を満たすように断面積常数を選ぶのである。これは一般的にいて、平均断面積に比例して断面積常数を決定することであって、すぐれた考え方であろう。ただこの基準数値については意見が一致せず、Bitterlich は10~20本とし、Blutel は少なくとも20~25本は必要だとしている。表 (3—5) の最良推定値とみなされるもののカウント数は、わが国の例では12~22と考えられ、Bitterlich の基準の妥当さを裏付けているように思える。これは単に偏りの観点からだけでなく、変動係数の点からみても妥当であろう。

以上を要するに、断面積常数は、系統的偏りになるべく少なくするという見地のみに立って選択すればよく、一応の標準として、10~20のカウント数を与えるような常数を選べればよいといえる。

第4章 林分形状高の推定

WZP によると否とにかかわらず、林分断面積の測定もしくは推定の結果から、林分材積への移行過程の問題は、古くから森林計測学(測樹学)の中心課題の1つであった。これは結局林分形状高推定の問題に帰する。

従来の標準木法およびそれを推計学的見地からみなおした標本木による比推定形式(標本木法)¹³⁾⁵⁴⁾はいずれも林分形状高の推定を通じて林分材積を推定する方法であるが、これらの方法の最大の難点は標本木の伐採求積にある。

Prodan¹⁴⁾ は林分形状高の推定に Krenn のタリフを利用することを提案している。Krenn のタリフは断面積平均木の直径とそれに対応する平均樹高範囲を定め、それらの関数としての単木平均材積を、3階級すなわち平均樹高範囲以上、平均樹高範囲内および平均樹高範囲以下に分けて示している⁷⁾。Prodan はこの単木平均材積を形状高に換算して林分形状高表を作成した。

高田⁵⁵⁾は

$$\text{単木材積式} \quad V = \frac{gh}{a+bd} \quad \dots\dots\dots (a)$$

$$\text{林分材積式} \quad V = \frac{G\bar{H}}{a+bD_G} \quad \dots\dots\dots (b)$$

を提案してその高精度なることを実証したのち、次の2法により林分材積を求めている。すなわち

(1) 定角測定法で \bar{G}, \bar{H}, N を推定してこれを (a) に代入して平均単木材積 \bar{V} を求め、これに N を乗ずる。

(2) 定角測定法で G, \bar{H}, \bar{D}_G を求めたのち、(b)により全林材積を求める方法。

平田⁵³⁾は単木材積表を、WZP に結合せしめることを研究した。単木材積式 $v = \phi(d, h)$ とするとき、平均材積 $E(v)$ は、 $E(v) = \phi(\bar{d}, \bar{h}) \lambda$ なる形で推定せられ、これに N をかけることにより、全林材積 V が求められる。修正係数 λ は一般に $\lambda = 1 + 5Ca^2/3$ となった。WZP およびコノメーターによる調査に付随して、各標本点の至近木若干について径測をしておけば、それらの結果より \bar{d} , \bar{h} が求められることになり、WZP は単木材積表に結合される。

以上は林分断面積から林分材積を求めるための代表的な方法であるが、標本木法を除けば、いずれも断面積または平均直径と平均樹高とによる関数関係を利用している。これらに対する他の方法は林分形状高を直接推定してこれを林分断面積にかけることであろう。

林分形状高は林分材積と林分胸高断面積との比であり、またみかたを変えれば、単木の形状高の断面積による加重平均である。したがって林分形状高は単木の形状高の立木での査定が実用的に可能となれば、標本木によって推定することができる。この希望は Bitterlich のシュピーゲルレラスコープによって実現せられた。本章においては、この林分形状高の直接推定法について、主として応用的見地から考察を進めようと思う。

41. 望高法とその適合性

立木の形状高あるいは材積の実用的査定は、幾何学的間接測定によらざるを得ないから、幹形がある程度まで規則的で、一定の幾何学的形状を有する立体によって十分に近似せられることが必要である。広葉樹は別として、わが国の主要林業樹種たる針葉樹が一般に比較的規則正しい幹形を示していることは従来の測樹学的認識において明らかである。筆者⁵⁵⁾⁵⁶⁾は幹形を相対幹形と絶対幹形とに区別し、絶対幹形すなわち現実幹形は相対幹形に一定の樹高と基準直径*とを与えたものであることを明らかにした。そしてスギについては、相対幹形は、根張りの部分を除き、一般に三次曲線式を以て充分近似的に表され得ることを示した。

しかし立木状態での求積という観点からは、幹形をこのようなものとして把握するだけでは充分でない。すなわち求積の目的には以上の幹形になるべく近く、しかも間接測定によって、実用的に求積可能な一定の幾何学的立体を想定し、その体積を測定することによって、幹材積あるいは形状高を査定することを以て満足しなければならない。このような幾何学的立体を筆者は樹幹模型と呼び、またこのような樹幹模型を通じて査定された材積を、実材積から区別するため、山立

米 (Yama-Ryume, 略記 YR) なる単位の呼称を用いることを提案したのであった⁴⁹⁾。

このような樹幹模型の1つとして、古く Pressler は胸高以上においては Kunze の幹曲線式で形状指数1あるいは2とおいた場合の回転体、すなわち抛物線体あるいは円錐体を有し、胸高以下においては、胸高直径を直径とする円柱体を有する幾何学的立体を想定し、その体積を次式で与えた。

$$v = \frac{2}{3} g \left(h_{1/2} + \frac{h_b}{2} \right) \dots\dots\dots (4-1)**$$

ただし、 g : 胸高断面積, h_b : 胸高, $h_{1/2}$: 望高。ここに $h_{1/2}$ は望高と呼ばれ、胸高直径の1/2の直径を有する点(望点)までの高さである。本式による立木材積の査定方法を Pressler は望高法 (Richthöhenmethode) と名づけた。

$h_{1/2}$ に比べて $\frac{h_b}{2}$ が省略され得るときは、

$$v = \frac{2}{3} g h_{1/2} \dots\dots\dots (4-2)$$

望高法の適合性に対する実験的検討は、わが国では吉田、中島等によってなされ、ドイツでは Pressler 自身および Judeich, Kunze, Baur その他多くの実験報告があるが、いずれも平均誤差率が4~5%以内に止まることを報告している²⁾。

次に筆者自身による実験結果を引用しよう⁴⁹⁾⁵⁵⁾。

下の2式は大野演習林および奈良県吉野郡川上村におけるスギについての相対幹曲線群の一部である。

| 分類 | 相 対 幹 曲 線 | 形 状 指 数 |
|--------|---------------------------------------|--------------------------|
| O - I | $y = 1.0295x - 0.9434x^2 + 0.4631x^3$ | $\theta_{0.9} = 0.38136$ |
| Y - IV | $y = 1.5487x - 2.0488x^2 + 1.0503x^3$ | $\theta_{0.9} = 0.45072$ |

ここに $\theta_{0.9}$ はこれらの相対幹曲線によってあらわされる基幹体の体積を示すもので、相対幹形に対する一つの指標とみなされる⁵⁶⁾。これに対して、試みにそれぞれ次の条件を与え、8個の絶対幹形を得る。

| 基準直径 $d_{0.9}$ | 樹 高 h |
|----------------|---------|
| 20cm | 18m 15m |
| 40cm | 30m 25m |

これらについて h_b および $h_{1/2}$ を計算すると表(4-1)のようになり、これに基づいて真の幹材積、望高法材積および後者の前者よりの偏りを求めてみると表(4-2)のようになる。ただし $h_b = 1.30m$ とする。

表(4-2)についてみると、望高法による材積は真の材積ときわめて良好な一致を示し、簡略式を用いた

* 一定の相対樹高における直径、一般に梢端から樹高の9/10の位置をとりこれを $d_{0.9}$ で示す。
 ** 誘導については、例えば堀田¹⁾, 吉田²⁾等を参照のこと。

表(4—1) 若干の異った幹形における胸高直径
(d_b) および望高 ($h_{1/2}$)

| 分類 | $d_{0.9}$ (cm) | h (m) | | | | | | | |
|------|-------------------|------------|------|------|------|---------------|-------|-------|-------|
| | | 15 | 18 | 28 | 30 | 15 | 18 | 25 | 30 |
| | | d_b (cm) | | | | $h_{1/2}$ (m) | | | |
| O—I | 20 | 20.2 | 20.5 | | | 10.09 | 11.98 | | |
| | 40 | | | 41.8 | 42.2 | | | 16.68 | 19.55 |
| Y—IV | 20 | 20.2 | 20.5 | | | 11.73 | 13.97 | | |
| | 40 | | | 41.7 | 42.1 | | | 19.30 | 23.03 |

表(4—2) 若干の異った幹形に対する幹材積 (v) と望高法による材積 (v' , v'') との比較

| 分類 | | 20—15 | | 20—18 | |
|------|-------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| | | v | 0.2288m ³ | | 0.2746m ³ |
| O—I | v' | 1.5845(+0.3%) | | 1.8850(+3.1%) | |
| | v'' | 0.2156(-5.8%) | | 0.2636(-4.0%) | |
| | | | | | |
| | | 40—25 | | 40—30 | |
| | v | 1.5254m ³ | | 1.8305m ³ | |
| | v' | 1.5845(+3.9%) | | 1.8850(+3.1%) | |
| Y—IV | v'' | 1.5260(+0.03%) | | 1.8230(-0.4%) | |
| | | 20—15 | | 20—18 | |
| | v | 0.2704m ³ | | 0.3245m ³ | |
| | v' | 0.2645(-2.2%) | | 0.3220(-0.8%) | |
| | v'' | 0.2506(-7.3%) | | 0.3074(-5.3%) | |
| | | 40—25 | | 40—30 | |
| | v | 1.8029m ³ | | 2.1631m ³ | |
| | v' | 1.8180(+0.8%) | | 2.2000(+1.7%) | |
| | v'' | 1.7572(-2.5%) | | 2.1372(-1.2%) | |

注 v : 幹曲線による真材積, $v = h \cdot d_{0.9}^2 \cdot \theta$
 v' : 望高法による材積, $v' = 2g(h_{1/2} + h_b/2)/3$
 v'' : 望高法簡略式による材積, $v'' = 2gh_{1/2}/3$
 また例えば20—15は $d_{0.9} = 20\text{cm}$, $h = 15\text{m}$ なる組合せを示す。

場合においても、なお良好な近似を示している。ここに引例した相対幹曲線は、多数のスギ樹幹についての平均曲線のうち、比較的尖形 (Abformig) な場合と、比較的完形 (Vollformig) な場合とであって、現実の幹形をよく代表するものと期待することができ、したがってこの結果から、望高法の適合度は一般に実用上充分であると判断される。

42. シュピーゲルレラスコープによる立木形状高の測定

前節において望高法の適合性が明らかになった。それにもかかわらず本法が今日まで顧みられなかったのは、ただ望高の測定が困難であったからである。しかるに近年に至って Bitterlich⁽¹⁰⁾⁽⁴⁰⁾⁽⁴⁹⁾⁽⁵⁰⁾ は、彼のシュピーゲルレラスコープによつて望高の測定を実用化することに成功した。長い間忘れられていた Pressler の望高法は、Bitterlich のシュピーゲルレラスコープを待って復活したのである。いいかえればシュピーゲルレラスコープは、望高法に基いて立木形状高の査定を

可能ならしめたのである。これは林分材積査定上真に画期的なことといわねばならない。

式 (4—1) および (4—2) において $v = ghf$ とおけば、

$$hf = \frac{2}{3} \left(h_{1/2} + \frac{h_b}{2} \right)$$

または、

$$hf \doteq \frac{2}{3} h_{1/2}$$

hf はいうまでもなく形状高である。

すなわち望高の測定は直ちに形状高の

測定に通じ、樹高および形数を別々に査定することなしに、形状高そのものが直接測定せられる。したがって形状高というような奇妙な呼称は、この段階ではもはやふさわしくないが、しばらく従来の慣習に従いたい。ただ単便のため α を以て hf に代えることにする。

すなわち、

$$\alpha = \frac{2}{3} \left(h_{1/2} + \frac{h_b}{2} \right) \dots \dots \dots (4-3)$$

$$\text{または} \quad \alpha \doteq \frac{2}{3} h_{1/2} \dots \dots \dots (4-4)$$

シュピーゲルレラスコープはその巧妙な構造によって、望高の測定を実用的に可能ならしめた。その方法の詳細については、Bitterlich⁽⁴⁰⁾⁽⁴⁹⁾⁽⁵⁰⁾⁽⁸⁰⁾, Pardé⁽³⁰⁾⁽⁷⁷⁾, 大隅⁽⁴⁶⁾⁽⁷⁶⁾⁽⁸⁸⁾等に譲り、ここではこの方法の精度および功程について述べよう。

42.1. 形状高測定の精度

シュピーゲルレラスコープによる形状高測定の精度については既に報告した⁽⁴⁸⁾⁽⁸⁵⁾。ここにはこれらの結果を総合しておこう。

まずシュピーゲルレラスコープの形状高に対する測

表(4—3) 形状高測定における個人差

| 番号 | 供試木 d_b (m) | 形状高 α (m) | | |
|----|------------------|------------------|-------|-------|
| | | 測定者 | | |
| | | A | B | C |
| 1 | 0.28 | 7.34 | 7.75 | 6.79 |
| | | 7.80 | 7.91 | 7.88 |
| | | 7.84 | 7.93 | 7.84 |
| 2 | 0.40 | 7.87 | 8.37 | 8.82 |
| | | 7.92 | 10.05 | 9.01 |
| | | 8.67 | 10.65 | 9.47 |
| 3 | 0.32 | 8.74 | 8.53 | 9.24 |
| | | 8.89 | 8.43 | 9.28 |
| | | 9.49 | 8.98 | 8.64 |
| 4 | 0.32 | 9.28 | 7.79 | 10.05 |
| | | 9.85 | 8.58 | 10.05 |
| | | 9.25 | 9.39 | 8.98 |
| 5 | 0.38 | 8.87 | 12.84 | 9.50 |
| | | 9.25 | 10.06 | 10.77 |
| | | 9.12 | 9.96 | 11.40 |

定性能は一般に良好であることが実証せられた⁶⁵⁾。高さの測定性能は非常にすぐれており、望点さえ正確に見出されれば、形状高の測定結果は充分実用に堪え得るといえよう。

次に測定者による測定値の偏りについて考察する。大野測定試験地内で、任意に選ばれた5本の供試木につき、A, B, Cの三名の測者により、それぞれ3回ずつ形状高の測定を繰り返した結果は、表(4-3)の通りであり、その分散分析結果は表(4-4)のように

表(4-4) 形状高測定値についての分散分析表

| 要 因 | 平方和 | 自由度 | 分 散 |
|-----------|-------|-----|--------|
| ①繰り返し(誤差) | 20.01 | 30 | 0.66 |
| ②測定者 | 2.98 | 2 | 1.49 |
| ③測定木 | 28.66 | 4 | 7.16** |
| ④②×③ | 9.25 | 8 | 1.16 |
| 計 | 60.90 | 44 | 1.38 |

なる。繰り返し分散を基準にとると、測定木による有意差は当然として、測定者による測定値間の有意差はなく、また測定者と測定木による交互作用も有意には現れていない。すなわち少なくともこの結果からは、

表(4-5) シュピーゲルレラスコープによる
形状高測定の精度
ヒノキ人工林 約40年生 大枝演習林

| 供試木番号 | $d_b(m)$ | $\bar{\alpha}(m)$ | $s_{J\alpha}(\%)$ |
|-------|----------|-------------------|-------------------|
| 1 | 0.142 | 7.13 | 3.5 |
| 2 | 0.143 | 7.09 | 3.8 |
| 3 | 0.143 | 7.54 | 2.9 |
| 4 | 0.146 | 5.98 | 4.0 |
| 5 | 0.156 | 7.12 | 4.8 |
| 6 | 0.157 | 7.00 | 3.6 |
| 7 | 0.159 | 6.62 | 3.2 |
| 8 | 0.161 | 7.00 | 2.0 |
| 9 | 0.164 | 6.38 | 3.8 |
| 10 | 0.167 | 7.15 | 2.2 |
| 11 | 0.173 | 7.14 | 4.2 |
| 12 | 0.173 | 7.19 | 2.8 |
| 13 | 0.177 | 7.14 | 2.2 |
| 14 | 0.193 | 7.76 | 3.9 |
| 15 | 0.193 | 8.01 | 4.5 |
| 16 | 0.195 | 7.77 | 2.3 |
| 17 | 0.200 | 7.14 | 2.4 |
| 18 | 0.204 | 9.30 | 1.8 |
| 19 | 0.239 | 7.97 | 2.4 |
| 20 | 0.264 | 7.85 | 3.6 |
| 平均 | | | 3.2 |

注 $\bar{\alpha}$: 形状高の平均値

$s_{J\alpha}(\%)$: 形状高測定値の百分率標準誤差

シュピーゲルレラスコープによる形状高の測定には測定者による偏りはみられず、また測定者にとつて、測定が測定木によつて異なるというような傾向はみられない。

次にシュピーゲルレラスコープによる形状高測定の精度について実験的考察を試みる。

表(4-5)は京都府立大学大枝演習林のヒノキ人工林(約40年生)における測定結果である。選ばれた供試木20本の山側の胸高に+印をつけ、それらの形状高につきそれぞれ16回測定を繰り返した。ただし輪尺により胸高直径の測定は1回しか行なわなかった。百分率標準誤差の平均は3.2%であった。

表(4-6)は大野測定試験地における測定結果であ

表(4-6) シュピーゲルレラスコープによる
形状高の測定精度
スギ人工林 43年生, 大野測定試験地

| 供試木番号 | $\bar{d}_b(m)$ | $\bar{\alpha}(m)$ | $s_{J\alpha}(\%)$ |
|-------|----------------|-------------------|-------------------|
| 1 | 0.245 | 10.26 | 2.2 |
| 2 | 0.276 | 8.53 | 4.2 |
| 3 | 0.280 | 8.42 | 3.8 |
| 4 | 0.280 | 11.36 | 2.0 |
| 5 | 0.295 | 8.15 | 5.0 |
| 6 | 0.316 | 9.71 | 3.1 |
| 7 | 0.324 | 11.28 | 4.2 |
| 8 | 0.329 | 10.37 | 3.3 |
| 9 | 0.336 | 10.53 | 3.9 |
| 10 | 0.337 | 11.20 | 2.1 |
| 11 | 0.339 | 10.16 | 4.1 |
| 12 | 0.348 | 9.96 | 3.1 |
| 13 | 0.362 | 9.35 | 1.4 |
| 14 | 0.390 | 11.20 | 4.2 |
| 15 | 0.417 | 9.18 | 0.5 |
| 平均 | | | 3.1 |

注 \bar{d}_b : 胸高直径に対する測定値の平均。他は表(4-5)に同じ。

る。方法は前表の場合と同様であるが、供試木は15本とし、繰り返しは20回行なつた。胸高直径もまたそのたびごとに繰り返して測定した。百分率標準誤差の平均は3.1%であった。

これらの結果からわかるように、形状高測定における百分率標準誤差には、胸高直径あるいは形状高自体の大きさに対する一定の傾向はみられない。それは平均して3~4%とみてよく、信頼度を95%とすると、起り得る最大誤差は測定値の6~8%と推測せられる。これはシュピーゲルレラスコープによる形状高測定の実用的精度と考えられる。

それではこのような誤差の原因が、測定過定のいず

れの部分にあるのであろうか。前記大野の試料について解析を試みる。

s_{da}^2 : 形状高の誤差分散

s_{da}^2 : 胸高直径の誤差分散

s_{dh1}^2 : 目の高さから望点までの高さの測定における誤差分散

s_{dh2}^2 : 目の高さの測定における誤差分散

とすると、形状高測定のプロセスからして、近似的に次式が成立する。

$$s_{da}^2 = P s_{dh1}^2 + P s_{dh2}^2 + Q s_{da}^2 \dots \dots \dots (4-5)$$

$$\text{ただし、 } P = \left(\frac{2}{3}d\right)^2, \quad Q = \left\{\frac{2}{3}(h_1 + h_2)\right\}^2$$

この式から s_{dh1}^2 , s_{dh2}^2 および s_{dh}^2 により形状高の誤差分散を合成することによって、各段階における誤差の比重を検してみる。ただしこの式による s_{da}^2 は先に直接求めた形状高の分散とは必ずしも一致しない。なお P , Q の計算には d , h_1 および h_2 のそれぞれの平均値を用いた。表(4-7)にそれらの値およびそれらが s_{da}^2 において占める百分率を示す。

s_{dh1}^2 すなわち目の高さから望点までの高さの測定に基づいて分散がもつとも大きく、平均して全体の85.7%を占めている。 s_{dh2}^2 および s_{da}^2 はほとんど問題とするに足りない。前述したシュピーゲルレラスコープの測定性能と考え合わせるとき、明らかに同器が測定位置の決定*、および根元(地際)のような比較的

明瞭な点の測高には安定した結果を与えるが、望点の測高には不安定性を示すといえる。これは器械の性能に原因するというよりも、望点の判定が多少とも困難なことに基因するといえる。すなわち望点はほとんどすべての場合にクローネの内部にあり、さらに幹の細りが望点付近において比較的緩慢である場合、望点の適確なる判定を誤ることが、形状高の測定における最大の誤差原因であると結論することができる。これに関連して Bitterlich⁵⁰⁾は Pressler のいわゆる望点帯(Richtpunktzone)の中央を以て望点とすることをすすめている。すなわち完満な樹幹で望点の判定が困難な場合は、まず $d_{1/2}$ よりも明らかに小さい直径を有する点および $d_{1/2}$ よりも明らかに大きい直径を有する点を見出し、これらによつて限られる範囲(望点帯)の中点を以て望点とするのである。これを実行するには、筆者の経験では次のようにするのがよい。まずレラスコープで下から次第に見上げていき、明らかに幹の直径が所定のバンドの半分よりも大きいと判定されるギリギリの点を見出し、その際を目盛を読む。そのままさらに視準線を上げていって、明らかに幹の直径がバンドの半分よりも小さくみえるようなギリギリの点を見出し、そのときを目盛を読む。これら2つの読みの平均をとる。

形状高測定にあたって注意すべきは、輪尺による胸高直径の測定である。それ自体の分散は通常きわめて

表(4-7) 形状高測定における誤差分散の解析

| No. | d | | h ₁ | | h ₂ | | s _{da} ² |
|-----|------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------|------------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|------------------------------|
| | s _{da} ² | Qs _{da} ² (%) | s _{dh1} ² | Ps _{dh1} ² (%) | s _{dh2} ² | Ps _{dh2} ² | |
| 1 | 0.00001 | 25.3 | 1.91776 | 73.7 | 0.02368 | 1.0 | 0.06937 |
| 2 | 0.00000 | 0.0 | 3.67040 | 97.5 | 0.09210 | 2.5 | 0.12740 |
| 3 | 0.00001 | 7.3 | 3.22947 | 90.6 | 0.07631 | 2.1 | 0.12425 |
| 4 | 0.00000 | 0.0 | 1.51315 | 97.1 | 0.04210 | 2.9 | 0.05419 |
| 5 | 0.00000 | 0.0 | 4.19671 | 98.2 | 0.07566 | 1.8 | 0.16526 |
| 6 | 0.00000 | 0.0 | 1.98421 | 97.5 | 0.04934 | 2.5 | 0.09025 |
| 7 | 0.00001 | 6.1 | 3.96315 | 92.4 | 0.06513 | 1.5 | 0.20016 |
| 8 | 0.00003 | 23.6 | 1.95787 | 74.5 | 0.05263 | 1.9 | 0.12664 |
| 9 | 0.00000 | 0.0 | 2.40526 | 90.8 | 0.24408 | 9.2 | 0.13294 |
| 10 | 0.00001 | 14.7 | 1.21315 | 82.0 | 0.05000 | 3.3 | 0.07478 |
| 11 | 0.00002 | 7.5 | 4.23355 | 90.7 | 0.08318 | 1.8 | 0.23857 |
| 12 | 0.00001 | 11.2 | 1.14408 | 81.7 | 0.05526 | 4.1 | 0.07268 |
| 13 | 0.00001 | 26.8 | 0.27368 | 64.0 | 0.03882 | 9.2 | 0.02489 |
| 14 | 0.00004 | 19.8 | 1.93157 | 79.6 | 0.01250 | 0.6 | 0.16397 |
| 15 | 0.00000 | 0.0 | 0.03355 | 72.8 | 0.01250 | 27.2 | 0.00356 |
| 平均 | | 9.5 | | 85.7 | | 4.8 | |

* 形状高測定にあたっては、まず所定のバンド巾によって、胸高直径が正確に被われる位置を見出さねばならない。前記文献参照。

小さいが、表(4-7)にみるように、形状高分散への伝播過程において拡大せられ、大きな影響を及ぼす可能性があるからである。

422. 形状高測定 of 功程

この問題については、先にシュピーゲルレラスコープを用いての、WZPによる標本調査に関する功程調査の一部としてとり扱った⁶⁴⁾⁶⁶⁾。その結果によれば、1標本点当り5本の標本木について、平均所要時間は9分40秒、1本当り平均1分56秒であった。これは標本木間の移動時間をも含めたものであって、それを除いた純測定所要時間は1分28秒であった。これによってもシュピーゲルレラスコープによる形状高の測定は功程面からも充分実用に堪え得るといえよう。

上の功程を分析してみると、

- 距離測定(観測点の決定) : 34.5%
 - 上方測定(望点の視準) : 25.0%
 - 下方測定(根元の準視) : 16.4%
 - 標本木間移動 : 24.1%
- $\frac{100}{\%}$

となり、観測点の決定および望点の判別と測定に大半の時間を要することがわかる。

43. 林分形状高の推定

431. 林分形状高の性格

胸高直径と形状高との間に回帰関係の存在を予想

し、両者の関係をあらわす曲線を樹高曲線にならって形状高曲線と名づける。ここでは林分形状高の性格を論ずる前提としてその大体の形をみるに止める。

形状高曲線が、樹高曲線と類似の形を示すであろうことは、両者の関係から容易に想像できる。簡単な2次曲線を大野測定試験地スギ人工林および赤西国有林スギ人工林での資料にあてはめてみると、図(4-1)および図(4-2)のようになる。すなわち、同令一斉林における形状高曲線は、一般に樹高曲線に類似した形をとるが、その傾斜はより緩かである。これは両者の関係からいって当然である*。なお形状高曲線の周りの残差分散は、

大野 : 0.8564, 赤西 : 1.3994.

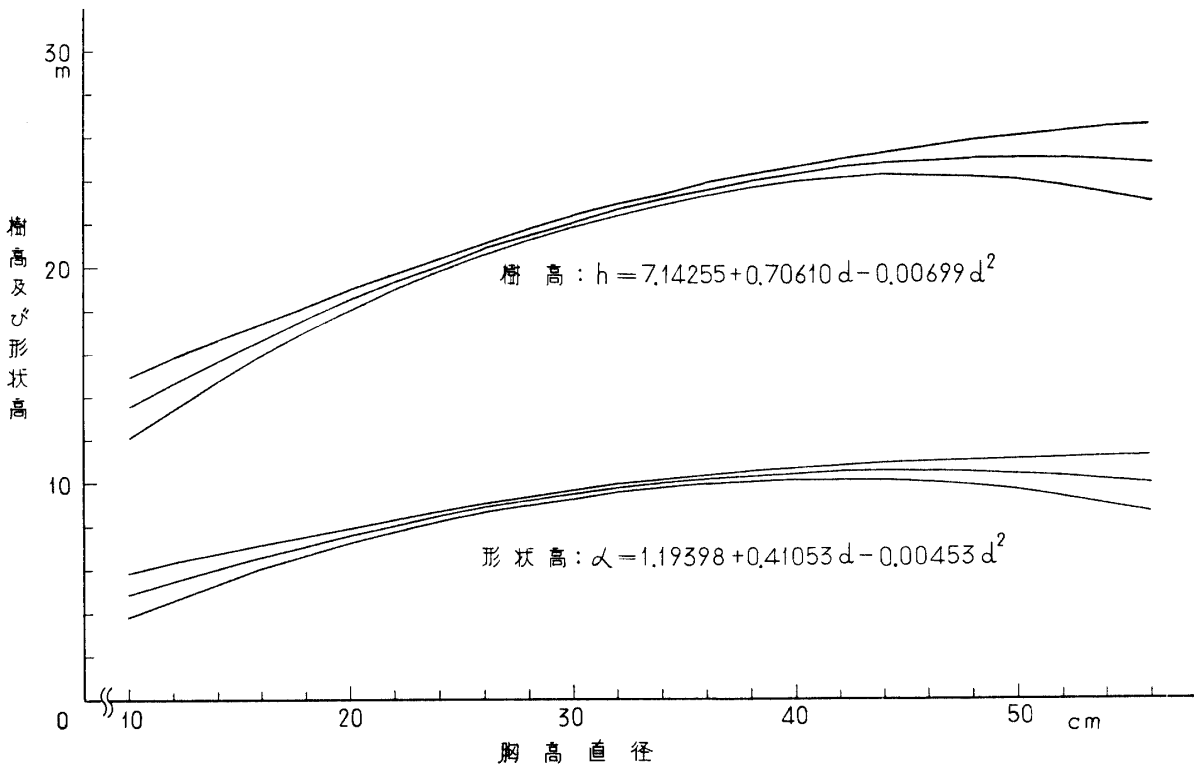
この値はかなり大きく、形状高は樹高の場合と同様に同一直径に対して大きな幅を以て変動することがわかる。

形状高曲線の以上の傾向からして、形状高と胸高断面面積との間には正の相関が予想される。この点は林分形状高の推定にあたって考慮されねばならない。

林分断面面積を G, 林分材積を V とすると、 $V = GHF$ 。ここに HF を林分形状高と称する。簡単のためこれを A で表せば、

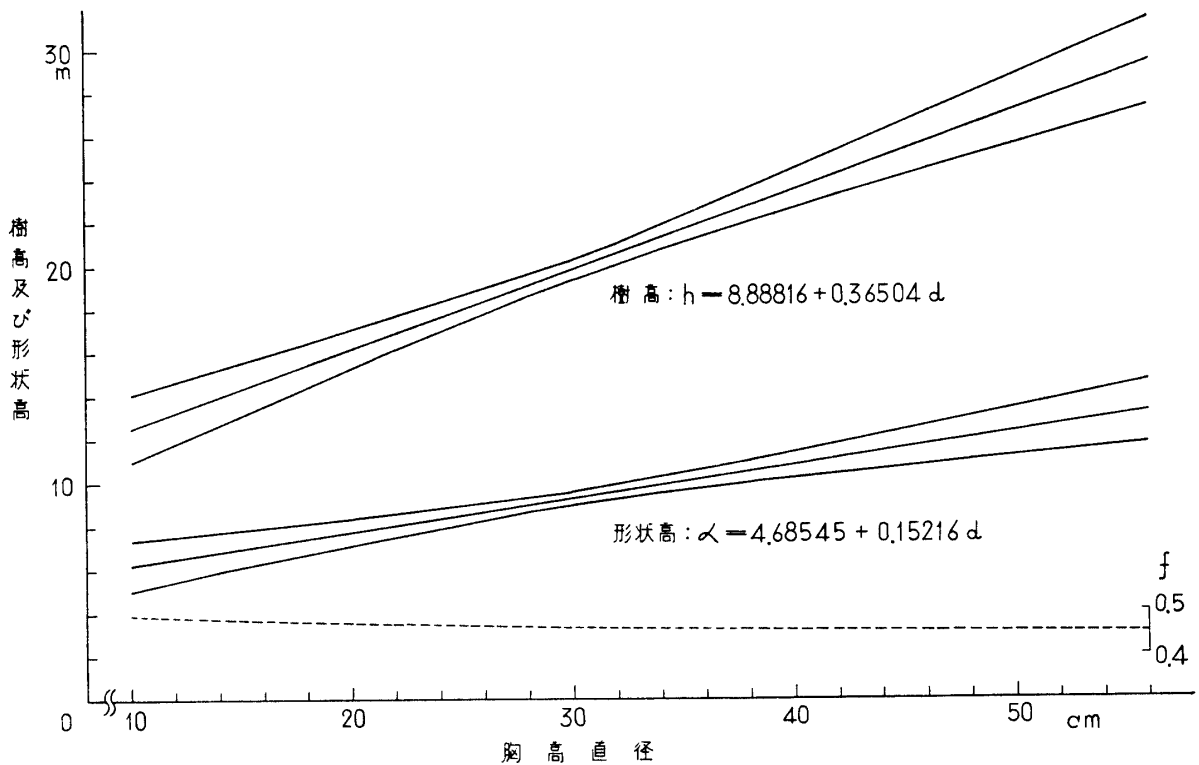
$$V = GA$$

したがって、 $A = V/G$



図(4-1) 大野演習林測定試験地における樹高曲線および形状高曲線

* 大野の例では、樹高標本と形状高標本との間に直接の対応はないが、赤西国有林の例では、両曲線は同一標本に基づくから、それから形数曲線を求めることができる(図(4-2)の点線)。



図(4-2) 赤南国有林における樹高曲線および形状高曲線

かきなおせば,

$$A = \frac{\sum_{i=1}^N v_i}{\sum_{i=1}^N g_i} \dots\dots\dots(4-6)$$

ただし、 v_i : 単木材積, g_i : 単木胸高断面面積。
 N : 林木本数,

または,

$$A = \frac{\sum_{i=1}^N g_i \alpha_i}{\sum_{i=1}^N g_i} \dots\dots\dots(4-7)$$

α_i が毎木測定され得る場合は、林分形状高を求め
 るまでもなく、直ちに林分材積が得られる。林分形状
 高が問題となるのは標本によってそれを推定し、それ
 を用いて林分材積を推定する場合である。

A の推定を $\bar{\alpha}_w$ とすると、式 (4-6) からは、

$$\bar{\alpha}_w = \frac{\sum_{i=1}^n v_i}{\sum_{i=1}^n g_i} \dots\dots\dots(4-8)$$

ただし、 n : 標本の大きさ、
 として比推定の形となり、式 (4-7) からは、

$$\bar{\alpha}_w = \frac{\sum_{i=1}^n g_i \alpha_i}{\sum_{i=1}^n g_i} \dots\dots\dots(4-9)$$

となって断面積による加重平均の形をとる。

いま

$$\bar{\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^N \alpha_i}{N}$$

とすると、式 (4-7) から、

$$A = \bar{\alpha} (1 + \rho_{ga} C_g C_a) \dots\dots\dots(4-10)$$

ただし、 ρ_{ga} : g と α との相関係数

C_g : g の変動係数

C_a : α の変動係数

前述のように、一般に $0 < \rho_{ga} < 1$ であるから、林分
 形状高として、単純な算術平均を用いれば、一般に林
 分材積は過小推定となる。したがって林分形状高は比
 推定もしくは断面積加重平均として推定されねばなら
 ない。

432. 比推定

式(4-8)による $\bar{\alpha}_w$ の分散は次のようになる⁹⁾⁵⁴⁾⁶⁵⁾。

$$V(\bar{\alpha}_w) = \frac{N-n}{N-1} \cdot \frac{A^2}{n} \left\{ \frac{\sigma_v^2}{\bar{v}^2} + \frac{\sigma_g^2}{\bar{g}^2} - 2 \frac{cov(v, g)}{\bar{v} \bar{g}} \right\} \dots\dots\dots(4-11)$$

変形すれば、

$$V(\bar{\alpha}_w) = \frac{N-n}{N-1} \cdot \frac{A^2}{n} \{ C_v^2 + C_g^2 - 2\rho_{vg} C_v C_g \} \dots\dots\dots(4-11)$$

ただし、 σ_v^2 : v の母分散、 σ_g^2 : g の母分散

$cov(v, g)$: v と g の共分散

C_v : v の変動係数、

C_g : g の変動係数、

ρ_{vg} : v と g との母相関係数

$V(\bar{\alpha}_w)$ の標本からの推定は、

$$s_v^2 \rightarrow \frac{N-1}{N} s_v^2, \quad s_v^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (v_i - \bar{v})^2,$$

$$A \rightarrow \bar{\alpha}_w, \quad \sigma_g^2 \rightarrow \frac{N-1}{N} s_g^2, \quad s_g^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (g_i - \bar{g})^2,$$

$$\text{cor}(v, g) \rightarrow \frac{N-1}{N} \text{cor}(v, g)$$

$$\text{cor}(v, g) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (v_i - \bar{v})(g_i - \bar{g})$$

とにおいて、

$$s^2 \bar{\alpha}_w = \frac{N-n}{N} \cdot \frac{\bar{\alpha}_w^2}{n} \left\{ \frac{s_v^2}{\bar{v}^2} + \frac{s_g^2}{\bar{g}^2} - 2 \frac{\text{cor}(v, g)}{\bar{v} \bar{g}} \right\} \dots \dots \dots (4-12)$$

または、

$$s \bar{\alpha}_w^2 = \frac{N-n}{N} \cdot \frac{\bar{\alpha}_w^2}{n} \{ C_v^2 + C_g^2 - 2r_{vg} C_v C_g \} \dots \dots \dots (4-12)'$$

ただし、 $C_v = \frac{s_v}{\bar{v}}$, $C_g = \frac{s_g}{\bar{g}}$, $r_{vg} = \frac{\text{cor}(v, g)}{s_v s_g}$

〔例〕 付表 (4-2) について、比推定形式で林分形状高を求めると次のようになる。

$$\sum_{i=1}^n g_i = 12.8073, \quad \sum_{i=1}^n v_i = 124.3348$$

$$\therefore \bar{\alpha}_w = \frac{124.3348}{12.8073} = 9.71$$

また、

$$N=1983, \quad n=160, \quad \sum_{i=1}^n g_i^2 = 1.25101$$

$$\sum_{i=1}^n v_i^2 = 127.01022, \quad \sum_{i=1}^n v_i = 12.4953$$

$$\bar{v} = 0.7771, \quad \bar{v}^2 = 0.60387, \quad \bar{g} = 0.0800,$$

$$\bar{g}^2 = 0.00641, \quad \bar{\alpha}_w^2 = 94.2478, \quad s_v^2 = 0.19113,$$

$$s_g^2 = 0.00142, \quad \text{cov}(v, g) = 0.01600$$

$$\therefore s^2 \bar{\alpha}_w = \frac{1983-160}{1983} \cdot \frac{94.2478}{160} \left\{ \frac{0.19113}{0.60387} + \frac{0.00142}{0.00641} - \frac{2 \times 0.01600}{0.7771 \times 0.0800} \right\} = 0.01275$$

$$s \bar{\alpha}_w = 0.1128, \quad s \bar{\alpha}_w (\%) = 1.16\%, \quad c(\%) = 2.28\% \quad (cc=95\%)$$

すなわち、

$$A = 9.71 (1 \pm 0.028)$$

と推定される*。

433. B-Population による推定

比推定形式は計算が煩雑である上に、その分散式には偏りが伴う。実用的にはさらに簡便な推定方式が見出される必要がある。

Bitterlich はその WZP による林分胸高断面面積の推定に関連して、きわめてすぐれた林分形状高の推定方法を提示した。

現実の母集団林木を構成する個樹のうち、WZP に

よってカウントせられるものを個体として想定される母集団を B-Population という。これについてはすでに平田²⁰⁾の研究があり、Bitterlich⁴⁹⁾⁵⁰⁾自身も B-Population と現実母集団との関係およびそれを用いての林分形状高、Loray の林分平均高等の求め方について述べている。Blutel⁶¹⁾は B-Population による林分形状高を実際の林分材積調査に応用し、すこぶる能率的であることを報告している。

d_i : 第 i 直径階の直径, $g_i = \frac{\pi}{4} d_i^2$

k : 断面積常数, n_i : 第 i 直径階の ha 当り本数,

$N = \sum_{i=1}^L n_i$: ha 当り林木本数

B_i : 第 i 直径階における WZP のカウント期待数

$B = \sum_{i=1}^L B_i$: 全直径階を通じての WZP のカウント期待数,

とすると、

$$B_i = \frac{n_i g_i}{k}$$

すなわち WZP カウント数は、その直径階の中央値に対する断面積によって重みづけられた、ある 1 つの直径階の本数であるといえる。

上式より、

$$n_i = \frac{k}{g_i} B_i \quad \dots \dots \dots (4-13)$$

WZP におけるカウント木の胸高直径を測定しておき、それから B_i を推定すれば、林分胸高断面面積の推定と同時に上式によって現実の直径分布を推定できる。

B-Population における相対本数を P_{Bi} 、現実母集団におけるそれを P_i とすると、

$$P_{Bi} = \frac{B_i}{B} = \frac{n_i g_i}{G}$$

しかるに $P_i = n_i / N$ であるから、

$$P_{Bi} = \frac{N g_i}{G} P_i = \frac{g_i}{\bar{g}} P_i \quad \dots \dots \dots (4-14)$$

これが B-Population と現実母集団との一般的な関係である。ここまでくれば必ずしも直径階を前提として考える必要はなく、単木を単位として考えてもよい。

上式によってわかるように、B-Population の本数分布は、現実母集団の本数分布を、断面積によって重みづけたものである。このことは林分形状高の推定に重要な意義を有する。

先に述べたように、林分形状高は現実母集団における断面積加重平均形状高として把握できるが、もし B-Population における任意標本を用いるならば、この重みづけはすでに抽出過程において行われることになり、したがって林分形状高は単なる算術平均の形式で求められることになる⁵⁰⁾⁵⁹⁾⁶¹⁾。

* 後述のように、この標本には偏りがみられるために、過大推定となっているとみなされる。

$$A = \frac{\sum_{t=1}^N g_t \alpha_t}{\sum_{t=1}^N g_t} = \frac{\sum_{t=1}^N g_t \alpha_t}{N \bar{g}} = \frac{\sum_{t=1}^N g_t \alpha_t P_t}{\bar{g}} = \frac{\sum_{t=1}^N \alpha_t P_{Bt}}{\dots\dots\dots(4-15)}$$

あるいは,

$$A = \frac{\sum_{t=1}^N g_t \alpha_t}{\sum_{t=1}^N g_t} = \frac{\sum_{t=1}^N g_t \alpha_t}{G} = \frac{\sum_{t=1}^N B_t \alpha_t}{B} \dots\dots(4-15)'$$

すなわち林分形状高は B-Population での算術平均形状高である。

西沢—川端⁶⁴⁾は、ポイント当りカウント数を n とするとき、カウント木の任意の1本について、

$$V_i = \left(\frac{100}{k}\right)^2 h_i f_i \quad (\text{m}^3/\text{ha})$$

ただし、 k : 拡大常数*

とおき得ることから、全カウント木について、

$$V = \left(\frac{100}{k}\right)^2 \sum_{i=1}^n h_i f_i \quad (\text{m}^3/\text{ha})$$

となることを示している。これはカウント木の形状高の合計に $(100/k)^2$ を乗ずれば、ha 当り林分材積が得られということである。上式での n はわれわれの場合の B の推定値にあたるから、 $\bar{h}f = \sum_{i=1}^n h_i f_i / n$ とおけば、これは B-Population からの任意標本での平均形状高であって、 A の推定値たる $\bar{\alpha}_w$ にあたる。したがって上式は、

$$V = \left(\frac{100}{k}\right)^2 \sum_{i=1}^n h_i f_i = \left(\frac{100}{k}\right)^2 n \bar{h}f = G \bar{\alpha}_w \quad (\text{m}^3/\text{ha})$$

となり、われわれの所論に一致する。

したがって次のようにいえる。

“林分形状高を推定するには、WZP によってカウントせられた木、もしくはそのなかから無作為に選ばれた木を標本木として形状高を測定し、それらの測定値の算術平均を求めればよい”。

実際には各標本点におけるカウント木のなかから、何本かの割合で標本木を選ぶのであるが、Bitterlich⁶⁰⁾ は標本点数が多ければ5~10本に1本の割合で、5本目毎あるいは10本目毎というように抽出していく方法をすすめている。Blutel⁶¹⁾ は一般に形状高標本の大きさは、少くとも25本、林分面積が20ha 以上にもなり、ことに不均質であるときにはもっと大きくする必要があり、時には300にもなると述べている。

B-Population における抽出は、一方からみれば現実母集団における断面積比例抽出である。しかし林分断面積の測定に毎木調査法を用いる場合等には、この

ような断面積比例抽出を行なうことは決して容易ではない。

B-Population による林分形状高の推定の有利な点は、標本木の抽出がきわめて容易にかつ合理的に行なえること、および比推定に比べて算術平均による推定が格段に簡単であることの2点にある。

次に大野演習林測定試験地について、現実母集団と B-Population との関係ならびに B-Population による林分形状高の推定について実例を示そう。

(1) 現実母集団——付表(3—1)の毎木調査結果を以て現実母集団とする。

(2) B-Population ——現実母集団の総本数を、各直径階に、それぞれの断面積に比例して割り当てたものを以て B-Population とする。

(3) 現実母集団からの任意標本——付表(4—1)に示された形状高標本は、各標本点において至近木5本ずつを抽出したものである。これを現実母集団からの任意標本とする。

(4) B-Population からの任意標本(1)——各標本点における k_4 によるカウント木(付表(3—2))を直径階別に整理したものである。

(5) B-Population からの任意標本(2)——(4)の各標本点におけるカウント木のうち、3番目毎の木を形状高標本として選んだ**。

以上を図示すると図(4—3)のようになる。当然にも B-Population は現実母集団よりも右に偏している。また(4)および(5)の WZP によって抽出された2つの標本は、B-Population をよく代表している。すなわち B-Population からの任意抽出は、WZP の実施過程においてきわめて容易に、また満足すべき結果を以て実行されることがわかる。(3)の現実母集団からの任意標本は、現実母集団に比べて右に偏し、結果として B-Population の標本と同様の分布を示している。これは標本の抽出にあたって、偏りがあったためであろう。

付表(4—2)は B-Population からの形状高標本を示す。これから林分形状高を推定するには、単に形状高の算術平均を求めるだけでよい。

$$\bar{\alpha}_w = 8.83\text{m}, \quad s^2_{\alpha} = 1.8520, \quad s_{\alpha} = 1.36,$$

B-Population における α の変動係数を $C_{\alpha B}$ とすれば、

$$C_{\alpha B} = 15.4\%, \quad s_{\alpha w} = 0.1264,$$

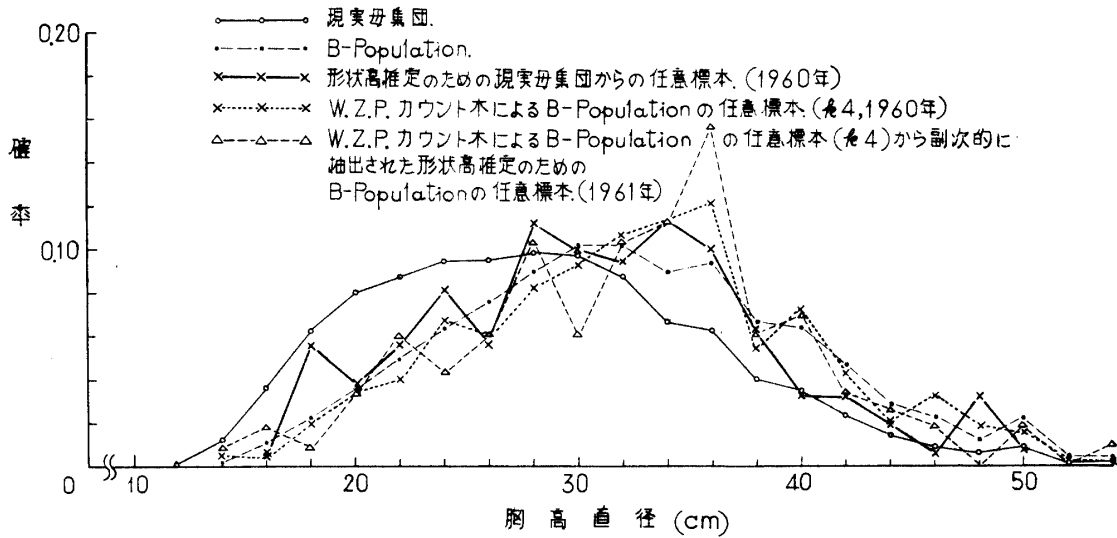
c.c. 95%における誤差は、

$$e_{\alpha w} = 1.98 \times 0.1264 = 0.2503$$

$$e_{\alpha w}(\%) = 2.83\%$$

* したがってここでは $(100/k)^2$ が断面積常数に相当する。

** 各標本点におけるカウント本数の関係上、(5)の標本サイズは(4)のその1/3とはなっていない。



図(4-3) 現実母集団と B-Population との関係

すなわち、

$$A = 8.83 (1 \pm 0.0283), \text{ c.c.} = 95\%$$

となる。

第5章 ビッターリッヒ法による 林分材積の推定

前章までに述べたところを総合して、本章では B-法による林分材積の推定、林内における実行方法およびその工程について述べる。

51. 林分材積ならびに直径級別材積の推定

林分材積の推定を G' 、林分形状高の推定を $\bar{\alpha}_w$ とすれば、林分材積の推定 V' は、いうまでもなく次式で与えられる。

$$V' = G' \bar{\alpha}_w$$

その分散は、林分断面面積と林分形状高との間に相関がないものとすれば、

$$V(V') = \bar{\alpha}_w^2 V(G') + G'^2 V(\bar{\alpha}_w) \quad \dots\dots(5-1)$$

$V(G')$ の推定は、無限形式の場合は式 (3-1)、有限形式の場合は式 (3-6) によって推定せられる。また $V(\bar{\alpha}_w)$ は $s^2_{\bar{\alpha}_w}$ である。

林分材積の百分率誤差を $e_V(\%)$ とすると、それは次のように推定される。

無限形式の場合：

$$e_V(\%) = \sqrt{\{e_G(\%)\}^2 + \{e_{\bar{\alpha}_w}(\%)\}^2} \quad \dots(5-2)$$

ただし、 $e_G(\%)$ は林分断面面積の誤差率で式 (3-1) であたえられる。

有限形式の場合：

$$e_V(\%) = \sqrt{\{e_s(\%)\}^2 + \{e_l(\%)\}^2 + \{e_{\bar{\alpha}_w}(\%)\}^2} \quad \dots\dots(5-3)$$

ただし、 $e_s(\%)$ は式 (3-7) であたえられ、 $e_l(\%)$ は式 (3-8) で与えられる。

WZP によって直径級別材積を推定するには、カウ

ント木の毎木調査を行なって、その級別本数を求める必要がある。

直径級別断面面積合計の推定は、

$$G'_i = T k \bar{b}_i, (i=1, 2, \dots, l) \quad \dots\dots(5-4)$$

ただし、 G'_i ：第 i 直径級の断面面積合計の推定値

\bar{b}_i ：第 i 直径級の 1 点当り平均カウント数

l ：直径級の数

林分断面面積との関係は、

$$G' = T k \bar{b} = T k \sum_{i=1}^l \bar{b}_i \quad \dots\dots(5-5)$$

ただし、 \bar{b} ：標本点当りカウント数

直径級別材積を求めるには、 G'_i にその直径級での林分形状高をかければよい。これを $\bar{\alpha}_{wt}$ とすると、B-Population からの形状高標本によるときは、

$$\bar{\alpha}_{wt} = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \alpha_{tj} \quad \dots\dots(5-6)$$

ただし、 n_i ：形状高標本における第 i 直径級の本数
 全林での林分形状高 $\bar{\alpha}_w$ との関係は、

$$\bar{\alpha}_w = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^{n_i} \alpha_{tj} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^l n_i \bar{\alpha}_{wt} \quad \dots\dots(5-7)$$

しかるに B-Population では、 $n_i/n = \bar{b}_i/\bar{b}$

ゆえに、

$$\bar{\alpha}_w = \frac{1}{\bar{b}} \sum_{i=1}^l \bar{b}_i \bar{\alpha}_{wt} \quad \dots\dots(5-8)$$

直径級別材積の推定は、

$$V'_i = G'_i \bar{\alpha}_{wt} = T k \bar{b}_i \bar{\alpha}_{wt} \quad \dots\dots(5-9)$$

林分材積との関係は、

$$V' = G' \bar{\alpha}_w = T k \bar{b} \times \frac{1}{\bar{b}} \sum_{i=1}^l \bar{b}_i \bar{\alpha}_{wt} \\ = T k \sum_{i=1}^l \bar{b}_i \bar{\alpha}_{wt} = \sum_{i=1}^l G'_i \bar{\alpha}_{wt} = \sum_{i=1}^l V'_i \quad \dots\dots(5-10)$$

すなわち、直径級別カウント数と、B-Population による直径級別平均形状高を用いることによって、林分材積は容易に直径級別材積に分割される。ただし形

状高標本としてカウント木の全部を用いるとき、あるいは $n_i/n = \overline{b_i/b}$ なる関係が正確になり立つとき以外は式(5—10)は厳密ではなく、したがって正しく分割されないが、後例にみるように充分近似的である。

52. 調査の実行

521. 調査方法の概要

B-法による林分材積調査は、基本的には標本抽出調査である。したがって一般の標本調査と同様に、まず林分面積の把握が先行し、次いで標本点の抽出が行なわれることになる。測定器具としては、水平距離、林分断面積および形状高の測定にシュピーゲルレラスコープが用いられ、方位決定のためにポケットコンパス等が併用せられることになる。したがって調査の計画も、これらの器具の使用を前提として、もっとも能率のよいようにたてらるべきである。以下シュピーゲルレラスコープを用いる B-法の実行方法について考察してみよう。

標本点の抽出は理論的には無作為抽出によるべきであろうが、実行上は系統的抽出法のほうが有利であり、また好結果が得られた例が多い³⁵⁾⁴⁷⁾。系統的抽出法の有利な点は、何といたっても野外作業が簡単なことである。出発点さえきまれば、あとは定方位と定距離で標本点を設定していけばよいからである。見通しのよい林分では、標本点間の距離決定にシュピーゲルレラスコープを利用することによって、すこぶる能率をあげることができる。

シュピーゲルレラスコープによる水平距離測定法にはいろいろのやり方があるが、ここには触れない*。いずれにしてもテープや米縄等を用いることなく、直接水平距離を測定し得る点で林内の測距には便利である。

調査は3名を1組として次のように作業を分担するのがよい⁶⁴⁾⁶⁶⁾。

- A：シュピーゲルレラスコープをもち林分断面積の推定、距離測定および形状高測定を分担する。
- B：主として記帳を担当し、ポールを持ち、伐開も行なう。
- C：標本点決定にあたって、ポケットコンパスを以てポールマンBを誘導し、標本点決定後はAの補助者として、伐開、形状高標本木の印付けおよび輪尺によるカウント木の胸高直径の測定等を行なう。

標本点間隔は、無限形式では林縁の影響のない範囲なら任意でよいが、有限形式では単位面が重ならないようにまた単位面の一部が林分の境界外に出ないよう

にしなければならない。この場合の標本点間隔の下限 $a(m)$ は林木最大直径を $d_i(cm)$ とし、断面積常数を k とすると。

$$a = \frac{d_i}{\sqrt{k}} \dots\dots\dots (5-11)$$

すなわち標本点は相互に少なくとも、林木最大直径の拡大円の直径だけ離れていなければならない。また単位面の直径、単位面の面積および単位面の数等は表(5—1)のようになる。

表(5—1) 単位面の直径、面積および数

| 項目 \ $d_i(cm)$ | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 |
|----------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| ① 単位面の直径(m) | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 |
| ② " 面積(ha) | 0.0707 | 0.0962 | 0.1257 | 0.1590 | 0.1963 |
| ③ " 数(/ha) | 14.1 | 10.4 | 8.0 | 6.3 | 5.1 |

注：表の値はいずれも $k1$ の場合を示す。
 任意の k に対しては、① $\times \frac{1}{\sqrt{k}}$, ② $\times \frac{1}{k}$, ③ $\times k$

形状高標本は、WZP におけるカウント木の中から抽出される。予定される標本木本数と標本点数とから、1点あたりの標本木数を定め、カウント木の中から、例えば第3、第6、第9……というように、一定の間隔で抽出していく。CはAの指示に従って、標本木を抽出してチョークで印をつけていき、Aはカウンティング終了後、標本木の形状高測定に移ればよい。なおこの場合、全カウント木の毎木調査を行えば、B-Population から現実林分の直径分布を求めるのに役立つ。これは簡単な作業であるから、Aが形状高を測定している間に、Cは容易にこれを行なうことができる。

〔例〕 大野演習林測定試験地、1961年4月測定。

全林から32個の標本点を系統的に抽出し、 $k4$ で WZP を実施するとともに、3本に1本の間隔で形状高標本を抽出した。各点におけるカウント数は付表(3—2)の最右欄の通りである。また形状高測定結果は付表(4—2)の通りである。

無限形式の場合：

$$T = 2.6ha, k=4, n=32, \bar{x}=11.95, C=19.8\%$$

$$G' = 2.6 \times 4 \times 11.95 = 124.28 (m^2)$$

$$\{e_G(\%)\}^2 = \frac{2.04^2 \times 19.8^2}{32} = 50.9848$$

林分形状高については、433の例から、

$$\bar{\alpha}_w = 8.83(m), \{e_\alpha(\%)\}^2 = 8.0089$$

したがって、

$$V' = 124.28 \times 8.83 = 1097.39 (YR)$$

$$e_V(\%) = \sqrt{50.9848 + 8.0089} = 7.68\%$$

ゆえに林分材積は、

$$V = 1097.39 (1 \pm 0.0768) = 1097.39 \pm 84.28 (YR)$$

* 文献30, 40, 49, 76, 80, 88 etc. 参照.

c.c.=95%

有限形式の場合：

$d_t=50$ (cm), $R_t=0.0491$ (ha), $N=52$,

$C_s(\%)=19.8\%$

表(2-2)の結果から、この林分のk4における単一不均質誤差の分散を2.5とおさえると、

$$\sigma_r^2=2.5, C_r(\%)=\frac{1.50}{11.95}\times 100=12.55\%$$

$$\{e_s(\%)\}^2=2.04^2\times 19.8^2\times \frac{2.6-32\times 0.0491}{2.6\times 32}$$

$$=20.0704$$

$$\{e_r(\%)\}^2=\frac{4\times 12.55^2}{52}=12.1156$$

ゆえに、

$$e_v(\%)=\sqrt{20.0704+12.1156+8.0089}=6.35\%$$

したがって、

$$V=1097.39(1\pm 0.0635)=1097.39\pm 69.68(\text{YR})$$

c.c.=95%

次に全林木を小径級(26cm 未満)、中径級(26cm~38cm)、大径級(40cm 以上)の3級に分け、それぞれの材積を推定してみよう。

直径級別カウント数は付表(5-1)のようになる。

これより直径級別平均カウント数を求めると、

小径級： $\bar{b}_1=2.11$

中径級： $\bar{b}_2=7.44$

大径級： $\bar{b}_3=2.41$

また付表(4-2)より、直径級別平均形状高を求めると、

小径級： $\bar{\alpha}_{w1}=6.95(\text{m})$

中径級： $\bar{\alpha}_{w2}=9.13(\text{m})$

大径級： $\bar{\alpha}_{w3}=9.58(\text{m})$

したがって直径級別材積は、

$$\text{小径級：} V_1=Tkb_1\bar{\alpha}_{w1}=2.6\times 4\times 2.11\times 6.95$$

$$=152.51(\text{YR})$$

$$\text{中径級：} V_2=Tkb_2\bar{\alpha}_{w2}=2.6\times 4\times 7.44\times 9.13$$

$$=706.44(\text{YR})$$

$$\text{大径級：} V_3=Tkb_3\bar{\alpha}_{w3}=2.6\times 4\times 2.41\times 9.58$$

$$=240.11(\text{YR})$$

$$1099.06(\text{YR})$$

最後の合計は、全体として求めた林分材積とほとんど等しい。

522. 調査の功程

B-法の特長は、その卓越した機動性にある。その功程についてはすでに時間分析法を用いて明らかにしたところである⁽⁸⁴⁾⁽⁸⁶⁾。この時間分析の対象となった調査方法では、標本点間隔は20×40(m)、断面積常数はk2であった。また形状高標本としては、各標本点5本の至近木が任意抽出された。カウント木の毎木調査は行われなかった。そこにおいて明らかにされたこと

はおよそ次の通りであった。

- (1) 1点当りの平均総所要時間は21分11秒である。
- (2) 主作業たるシュピーゲルレラスコープ測者についてみると、作業別所要時間の比率は次の通りである。

標本点決定： 21.7%， 4分35秒

林分断面積測定： 9.6%， 2分02秒

形状高測定： 45.6%， 9分40秒

その他： 23.1%， 4分54秒

- (3) 総所要時間の大半を占めるものは形状高測定作業である。これはもちろん1点当り標本木数によって異なるが、1本当り約2分の所要時間は、やはり本作業中もっとも時間を要するといわねばならない。

- (4) これに対し林分断面積測定(カウンティング)所要時間はわずかに9.6%、1点当り約2分に過ぎない。

次に、1961年4月の調査における所要時間を示すと付表(5-2)のようになる。ただしこの調査においては、

- (1) 作業員は3名である。
- (2) 標本点の決定および移動に要した時間は含まれていない。
- (3) カウント木の直径は全部測定された。
- (4) 断面積常数はk4である。
- (5) 形状高標本木は3本に1本の間隔で抽出され、1点当り3.6本である。

付表(5-1)から1点当り所要時間を計算すると次のようになる。

| | |
|------------------|---------|
| カウンティングおよび直径測定…… | 6.5(分) |
| 形状高測定…… | 6.5(分) |
| | 13.0(分) |

すなわち1点当り総所要時間は13分となる。この調査では全カウント木の直径測定をカウンティングと平行して実施したため、全体の所要時間が多くなっているが、直径測定を行わなければ、カウンティング所要時間を2分とみても、全所要時間は8.5分と大巾に短縮される。

いま、この調査における標本点決定および移動所要時間を7分とおさえると、これらを含め、この所要時間は1点当り20分となり、林分全体では10時間40分となる。もしカウント木の直径測定を行わなければ、1点当り15.5分、林分全体では8時間16分となる。同じ人員でこの林分を毎木調査するに要する時間は約7時間とみられるが、これに比較してB-法による林分調査がいかに能率的であるかは、上記の所要時間が、形状高の測定までも含んでいることを考慮すれば容易

に理解されるであろう。

所要時間は林分の状態、断面積常数、測者の熟練度等により異なるけれども、人工壮令林に対しては上にかかげた工期は一つの基準となり得るであろう。

結 論

一般にビッターリッヒ法と称せられている林分断面積の推定法にはいろいろの解釈がある。これらを追求していくと、結局可変プロット法とポイントサンプリングとになる。WZP は本来前者の立場において理解されるべきもので、ポイントサンプリングはまた別個の調査方式と考えられるであろう。両者の違いは、カウント数と林分断面積の結合の媒体として、可変プロット法が林木の胸高断面積に比例した円プロットの面積を考えるのに対し、ポイントサンプリングは、林木自体の拡大円の面積をとるところにある。

WZP は本来標本調査法の1種であるが、その母集団の性格の把握が困難で、従来いろいろの見解が発表されていた。本論文では Prodan の証明を展開していくことによって、WZP は、単位面内における全林木のあらゆる位置的分布に対して、定点を中心とした可変プロットのとりカウント数を個体とする母集団をもつことが明らかになった。現実にはこのような母集団からの任意標本を、与えられた林木配置における平面的拡がりの中に求めているのである。

この証明において筆者は、林分の構造に関して2つのモデルを設定した。これは林木の占有面積を考慮に入れて、カウント数の分布を求めるために模式化されたものであるが、決して非現実的な仮定の上に立ったものではない。ただクローネ直径比については、現実林のいろいろの条件に対して、実験的に検討してみる必要がある。

均質林分について、カウント数の分布関数が導かれ、不均質誤差の大きさが推定できることになったが、その意義は大体次のような点に要約されよう。

(1) 不均質誤差の分散は、占有面積を考えない場合と比較すると、占有面積率だけ小さくなる。

(2) 占有面積率さえ推定すれば、不均質誤差の大きさが推定できるから、WZP をある小面積単位に対して適用することができ、その結果、林分をこれら小単位の集合とみて、従来の定面積プロット抽出法に準じた有限形式の適用が可能である。

(3) 林分全体を単位にとれば、不均質誤差と抽出誤差とは一致する。したがって与えられた林分の占有面積率を推定することにより、理論的に WZP の精度を検討することができる。その結果はポイントサンプリングにも適用することができよう。

(4) 現実に得られたカウント数の分散と、理論値とを比較することにより、その林分の均質性を検出することができる。

ここに均質な林分とは、環境条件がほぼ等しい林面上に、林木が無作為的にばらまかれた結果として与えられるような、位置的分布をもった林分を指しているものであって、普通の人工林にその例を数多く見出すことができよう。

不均質な林分に対しても WZP は同様に適用されることは、本論文のモデルでも示されたが、均質林分のように、カウント数の分布を求めることはできなかった。しかし、不均質性の内容を幾つかの型に模式化して、そのもとで考えれば可能であるかも知れない。そしてそのような過程を通じて、林分構造の解析に対する何らかの手段が見出せるかも知れない。WZP を林分構造の解析に利用することの可能性は、Grosenbaugh¹¹⁾や西沢—川端⁸⁴⁾等も示しているし、本論文でもその1例をあげたのであるが、今後の研究課題であろう。

断面積常数の選択については従来いろいろの意見があったが、本論文ではいままでの研究報告を精度と工期の両面から検討して、一応 k_4 がよいという結果になった。しかし、これは壮令林を中心としての限られた結果に過ぎない。対象林木の直径との関連においてより詳しく研究すべき問題である。しかし、カウント数が、10~20の範囲に入るような常数を選ぶという Bitterlich の選択基準は尊重に値するものであろう。

WZP を無限形式で用いる場合と有限形式で用いる場合の得失については、一般には後者のほうが効率的であるが、林分面積がある程度大きくなると、有限形式の効果は薄れてくるから、単純な無限形式のほうが有利であろう。WZP の有限形式には、一般の定面積プロット法におけるように、いわゆる有限補正の効果全面的に効いてこないのである。それは、抽出単位内での推定に、不均質誤差が必然的に伴うからである。しかし偏りの大きな林分ではかなり有利であるかも知れない。

林分材積の推定については、シュピーゲルレラスコープをフルに活用した林分形状高の直接推定方式が広く用いられてしかるべきである。本論文で示したように、本法が精度からいっても、工期からみても、きわめてすぐれていることは明らかである。それが望高法に基づいている点で不安を感じる人があるかも知れないが、望高法自体の誤差も決して大きなものでなく、多くの林木の測定にあたっては、相殺されて、良好な精度を期待できよう。何よりもまず、この方法だけが、立木したがって林木の体積の直接査定法としては

ほとんど唯一のものなのである。とはいうものの、立木や林木の体積が、どのような手段によろうと、しよせんは“査定”の域を出でないものであることも否定できない。そのゆえにこそ筆者は、立木や林木の体積をあらわす単位として、“山立米”(Yama-Ryume)を用いることを提唱したのである。そしてシュピールゲルレラスコープという調査の武器がわれわれに与えられた現在、望高法や林分形状高法は、広く再認識されるべきであると信ずる。

付記：本稿を書き終ったとき、山形大学助教授北村昌美博士の論文“一致高和による林分材積の推定に関する理論的研究”の寄贈をうけた。この研究は積分幾何学の原理に基づいて、林分断面積や形状高を介することなく、直接林分材積そのものを求める方法を論じた独創的なものである。あえて付記する。

参 考 文 献

- 1) 堀田正逸(1928)：測樹学。東京。
- 2) 吉田正男(1941)：測樹学要論，第3版。東京。
- 3) Bitterlich, W.(1947)：Die Winkelzählmessung. Allg. Forst-u. Holz. Ztg., **58** (11/12).
- 4) Bitterlich, W.(1948)：Die Winkelzählprobe. Allg. Forst-u. Holz. Ztg., **59** (1/2).
- 5) Wanner, J. (1948)：Die “Probefläche ohne Probefläche.” Allg. Forst u. Holz. Ztg., **59** (11/12).
- 6) Bitterlich, W.(1949)：Das Relaskop. Allg. Forst u. Holz. Ztg., **60** (5/6).
- 7) Prodan, M.(1950)：Messung der Waldbestände. Frankfurt/Main.
- 8) Bitterlich, W. (1951)：Bestimmung des konkreten Fehlers in einer Winkelzählprobe. Allg. Forstztg., **62** (13/14).
- 9) 斎藤金一郎，浅井晃(1951)：標本調査の設計。東京。
- 10) Bitterlich, W.(1952)：Das Spiegel-Relaskop. Österreichs Forst-u. Holzwirtschaft, **7** (1).
- 11) Grosenbaugh, L. R.(1952)：Plotless Timber Estimates — New, Fast, Easy. —, Jour. For. **50**, 33—37.
- 12) 木梨謙吉(1952)：新しい林分材積測定法。林業経済, **5** (5).
- 13) 木梨謙吉(1952)：標本木法(標準木法への回帰の利用)。九大演報, 20.
- 14) Prodan, M.(1953)：Genauigkeit der Winkelzählprobe nach Bitterlich. Allg. Forstztg., **64** (7/8).
- 15) Kinashi, K.(1954)：Forest inventory by sampling methods. Bull. Kyusyu Univ. For., **23** (1).
- 16) 高田和彦(1954)：Plotless sampling による材積推定について。九大演集報, 3.
- 17) Bitterlich, W.(1955)：Die Weiterentwicklung der optischen Zählmessung in der Bestandaufnahme. Allg. Forstztg., **66** (15/16).
- 18) Husch, B.(1955)：Results of an investigation of the variable plot method of cruising. Jour. For., **53**, 570—574.
- 19) Grosenbaugh, L. R.(1955)：Comments on “Results of an investigation of the variable plot method of cruising” Jour. For., **53**, 734.
- 20) 平田種男(1955)：Bitterlich 法と調和平均。演習林, 11.
- 21) 平田種男(1955)：Bitterlich法による樹高の推定。日林誌, **37** (11).
- 22) 扇田正二，前沢完次郎(1955)：Bitterlich 法による林分胸高断面積の測定装置について。東大演報 10.
- 23) Unterdörfer(1955)：Die Bestandesstammzahl nach der Winkelzählprobe. Allg. Forst-u. Jagdztg., **126** (8/9).
- 24) Bitterlich, W.(1956)：Was ist die “Hiratahöhe”? Allg. Forstztg., **67** (21/22).
- 25) Decourt, N.(1956)：Utilisation de la photographie pour mesurer les surfaces terrières. Rev. For. Franç., N°7.
- 26) Deitschman, G. H. (1956)：Plotless timber cruising tested in upland hardwoods. Jour. For., **54** (12).
- 27) Hanras, T.(1956)：Etude sur l'application de la méthode Bitterlich aux forêts de pins maritimes. Rev. For. Franç., N° 3.
- 28) 平田種男(1956)：定角測定法——新しい平均樹高の推定。山林, 860.
- 29) 平田種男，谷口純平(1956)：定角測高法資料(1)——林分平均高の推定。日林誌, **38** (10).
- 30) Pardé, J.(1956)：Un appareil révolutionnaire：Le relascope à miroir de Bitterlich. Rev. For. Franç., N°3.
- 31) Viney, R.(1956)：Les objections à la méthode de Bitterlich. Rev. For. Franç. N° 3.
- 32) Bitterlich, W.(1957)：Harmonische Mittel in Winkelzählproben. Allg. Forstztg., **68**(13/14).
- 33) 前沢完次郎(1957)：Bitterlich 法における林縁の

- 問題とその実験例. 演習林, 12.
- 34) 中山博一(1957): 林木材積測定学. 東京.
- 35) Pardé, J.(1957): Recherches sur l'application aux taillis-sous-futaie des méthodes mathématiques statistiques d'inventaire. Ann. de l'E. N. E. F. et de St. Rech. Exp. For., Tome XV, Fasc. 2.
- 36) 白井伸明(1957): Spiegel-Relaskop による林分材積の測定. 西京大学卒論.
- 37) Turner, M. E. & G. S. Eadie. (1957): The distribution of red blood cells in the hemacytometer. Biometrics, 488—495.
- 38) Afanasiev, M (1958): Some results of the use of the Bitterlich method of cruising in an evenaged stand of longleaf pine. Jour. For., **56**, 341—343.
- 39) Batias, A.(1958): Construction d'un tarif de cubage approprié. Rev. For. Franç., N° 2.
- 40) Bitterlich, W.(1958): Das neue Relaskop. Allg. Forstztg., **69** (23/24).
- 41) 平田種男(1958): Bitterlich の林分区分求積——B-H-Messung. 日林誌, **40** (1).
- 42) 平田種男(1958): 楕円体積から材積へ——コノメーターの応用. 日林誌, **40** (11).
- 43) 平田種男(1958): 可変プロット法の精度. 東大演報, 54.
- 44) 平田種男(1958): ビッターリッヒ法の性格. 山林 889.
- 45) 岡崎文彬, 菅原聡, その他(1958): 国育林野の蓄積ならびに成長量査定における精度と功程に関する研究調査報告. 大阪営林局.
- 46) 大隅真一(1958): 立木材積測定に関する一考察. 西京大演集報, 2.
- 47) Prodan, M.(1958): Untersuchungen über die Durchführung von Repräsentationsverfahren. Allg. Forst-u. Jagdztg., **129** (1).
- 48) 鈴木太七, 平田種男(1958): 測樹学新論抄. 日本林業調査会. 東京.
- 49) Bitterlich, W.(1959): Relaskoptechnik. Centb. f. d. ges. Forstw., **76** (1).
- 50) Bitterlich, W.(1959): Presslers Richtigkeitshöhe in neuem Licht. Allg. Forstztg., **70** (5/6).
- 51) Haga, T. & K. Maezawa.(1959): Bias due to edge effect in using the Bitterlich method. For. Sci., **5** (4).
- 52) 平田種男(1959): 光学的なコノメーター. 日林誌 **41** (5).
- 53) 平田種男(1959): 単木材積表の利用. 日林誌, **41** (6).
- 54) 西沢正久(1959): 森林測定法. 東京.
- 55) 大隅真一(1959): 幹形についての一考察. 第69回日林講.
- 56) 大隅真一(1959): 幹形に関する研究 (1), 相対幹形について. 日林誌, **41** (12).
- 57) Stöhr, K. F.(1959): Ein Vorschlag zur Erreichung einer höheren Genauigkeit bei Probenflächen-aufnahmen nach der Winkelzählprobe. Allg. Forst-u. Jagdztg., **130** (1).
- 58) 高田和彦(1959): 胸高断面積による材積推定の研究(10), 吉無田国有林における Plot sampling と Plotless sampling の比較. 日林誌, **41**(2).
- 59) Bitterlich, W.(1960): Vorteile der variablen Probekreistechnik. Allg. Forstztg., **71**(11/12).
- 60) Blutel, Y.(1960): Vite, Bien, Complètement: Le Relascope de Bitterlich le permet-il? Rev. For. Franç., N° 10.
- 61) Blutel, Y.(1960): Mesure de volumes au relascope de Bitterlich. Rev. For. Franç., N° 12.
- 62) 平田種男(1960): 定角測高法のことども. 林業技術, 122.
- 63) 平田種男(1960): 大畑実験林の標本調査. 青森林友, 4.
- 64) 大隅真一(1960): Spiegel-Relaskop による林分材積調査の功程について. 第70回日林講.
- 65) 大隅真一(1960): 形状高の測定とその林分材積推定への応用について. 京府大演報, 4.
- 66) 大隅真一(1960): 林分材積調査の時間分析. 京府大学報, 12.
- 67) 大隅真一(1960): Winkelzählprobe についての考察. 日林誌, **42** (6).
- 68) 大友栄松(1960): ビッテルリッヒ法について(1). 林試報, 122.
- 69) 大友栄松, 西沢正久, 西谷和雄, 真辺 昭, 葉袋次郎(1960): ビッテルリッヒ法について (2), 林試報, 122.
- 70) 高田和彦(1960): 写真利用の ha 当り胸高断面積推定法. 日林誌, **42** (2).
- 71) 北村昌美(1961): 林分境界による Bitterlich 法の偏りの補正について. 第71回日林講.
- 72) 岡崎文彬, 大隅真一, 和田茂彦, 菅原 聡, 藤本幸司, 梶原幹弘(1961): 林分材積推定の精度と功程に関する研究調査報告書. 大阪営林局.
- 73) 大隅真一(1961): WZP による林木分布の均質性の判定について. 第72回日林講.

- 74) 大隅真一(1961) : B-Population による林分形状高の推定について. 日林関支講.
- 75) 大隅真一(1961) : Winkelzählprobe の確率論的解釈と不均質誤差について. 日林誌, **43** (4).
- 76) 大隅真一(1961) : Bitterlich 法による林分材積の推定に関する研究. (未公表).
- 77) Pardé, J.(1961) : Dendrométrie. Gap.
- 78) 高田和彦(1961) : 写真利用の ha 当り胸高断面積推定法における測定不能木について, (1) Bias の除去法の可能性. 第71回日林講.
- 79) 高田和彦(1961) : 写真利用の ha 当り胸高断面積推定法の補正係数. 日林誌, **43** (1).
- 80) Bitterlich, W. (1962) : Relaskop mit Breit-skala. Allg. Forstztg., **73** (5/6).
- 81) Blutel, Y.(1962) : Les applications très pratiques du relascope de Bitterlich. Rev. For. Franç., N° 1.
- 82) Kinashi, K., M. Nishizawa, & T. Kitagawa, (1962) : New development of sampling designs in forest inventories. Bull Kyushu Univ. For., No. 35.
- 83) 北村昌美(1962) : 一致高和による林分材積の推定について. 第73回日林講.
- 84) 西沢正久, 川端幸蔵(1962) : ポイントサンクリングの利用について——カラマツ調査の一例. 第73回日林講.
- 85) 高田和彦(1962) : 定角測定法による材積推定法の研究. 新潟大演報, 1.
- 86) 堂上竜雄, 富田文雄(1963) : ビッターリッヒ法における単位面積について. 第74回日林講.
- 87) 平賀昌彦 (1963) : 十勝西部天然林における Bitterlich 法による胸高断面積測定誤差の一考察. 第74回日林講.
- 88) 大隅真一(1963) : シュピーゲルレラスコープの新しい尺度目盛. 日林誌, **45** (2).
- 89) Osumi, S.(1963) : Distribution of Bitterlich's count and its application in testing homogeneity of stand structure. Jour. Jap. For. Soc., **45** (9).

Summary.

The present paper deals with the Bitterlich method for estimating stand volume, which consists in WZP combined with the method for estimating the stand form-height directly.

In **Chapter 1**, a short description was made on the so-called Bitterlich method for estimating the stand basal area, which has been explained in various ways.

Recognizing two stages in the process of development of WZP, we can finally understand it in the variable plot radius method.

The excellent idea in this method which consists in making the plot area proportional to the basal area of tree to be measured, released the sampling work in forest inventory from the troublesome setting of plots, but it made difficult, on the other hand, to understand the character of WZP as a sampling method.

M. Prodan regarded a circular plot corresponding with the basal area of the largest counted trees as the unit area of WZP, and proved that WZP was valid only when the trees were distributed uniformly in the plot. Because of the heterogeneity of actual stand structure, an estimate by WZP may be accompanied with an error,

which he called the "heterogeneity error."

The point sampling method of L. R. Grosenbaugh introduced in Japan first as the Bitterlich method, seems to be identified with WZP. They should be regarded as distinct from one another.

In **Chapter 2**, the author considered the character of WZP on the basis of the theory of probability.

To take into account the area occupied by each tree, two different models of forest stands were supposed as to the spatial distribution of trees in stand, model (A) the homogeneous stand and model (B) the heterogeneous one.

First, the case of the homogeneous stand structure was taken into consideration. When we adopt the largest of the enlarged circular plots, which are concentrated on a certain estimating point, as the unit area of WZP, and when we attend to the variation of the WZP count only in such a circular plot, we can express the probability distribution law of the WZP count for each diameter class by the following hypergeometric function :

$$P(x) = \frac{\binom{a_{Ri}}{x} \binom{A_{Ri}-a_{Ri}}{Z_{Ri}-x}}{\binom{A_{Ri}}{Z_{Ri}}}$$

where A_{Ri} is the maximum number of trees of d_i -diameter class, containable in the above mentioned unit area of WZP, while Z_{Ri} the actual number of trees, and a_{Ri} is the maximum number of trees of d_i -diameter class expected to be contained in the enlarged plot corresponding with the d_i -diameter class. The mean of the total count number for all the diameter classes is given by

$$m_R = \sum_{i=1}^{\alpha} \frac{Z_{Ri} \cdot a_{Ri}}{A_{Ri}}$$

for which WZP is valid.

The "heterogeneity error" is given by the formula (2-21) and more practically by the formula (2-21)', where H_R is the mean counting area rate and Q_R is the occupation rate.

The following were resulted on the "heterogeneity error":

- (1) The larger the occupation rate, the smaller the "heterogeneity error".
- (2) The variance of the "heterogeneity error", is in inverse proportion to the basal area factor (k).
- (3) The percentage standard error of the "heterogeneity error" is proportional to \sqrt{k} .

When we regard the whole area of the stand as an unit area of WZP, we may consider the sampling error in place of the "heterogeneity error". If the stand area is large enough, the variance of the WZP count will be given by the formula (2-31)', because the counting area rate becomes negligible.

The formula (2-31)' gives the expected value of the variance of the WZP count. Thus, through the well-known χ^2 -test for comparing the population variance given by the above formula and the sample variance calculated from the result of the sampling, the homogeneity of the stand structure may be judged objectively.

In the case of the heterogeneous structure of stand, the author also proved by our model (B) that the theory of WZP was valid for the mean count number which was expected for all the possible spatial distributions of all the trees over the stand area.

In **Chapter 3**, problems on the sampling techniques by WZP were discussed.

It is possible to apply WZP to the sampling survey of the forest stand in two ways. When the whole area of the stand is considered as an unit area of WZP, the population consists in the collective of all the count numbers which are expected for all of the possible ways of distributing all the trees over the stand surface, and then the technique of sampling from the infinite population is to be applied. On the other hand, when we adopt the circular plot corresponding with the largest tree, we have the finite population which consists of all the plot basal areas estimated by WZP. In such a case, we can apply the method for sampling from the finite population, taking into account the "heterogeneity error" in each plot. The error is calculated by the formula (3-2) for the former, and by the formula (3-9) for the latter.

The basal area factor has great influence on the accuracy of the result of inventory. Many experiments showed that the basal area factor "4" gave the smallest biases in general, but further investigations are desirable in connection with the mean diameter of the stand.

The coefficient of variation of the WZP count is in proportion to the square root of the basal area factor as the percentage standard error of the "heterogeneity error".

No difference was seen among the basal area factors from the point of view of the time required for the inventory, so long as the sample size remained in proportion to the basal area factor. It is therefore concluded that any basal area factor is available provided no bias be accompanied. It is advisable in accordance with Bitterlich to choose a basal area factor in which the count number is expected to be 10 to 20.

In **Chapter 4**, the method for estimating the stand form-height was described.

With the mirror relascope, we can easily measure the form-height of a standing tree. The author confirmed that this method was practicable in field work.

The stand form-height can be estimated reasonably and easily by a random sample from the

B-Population, which is composed of only the individual trees counted by WZP and has a diameter distribution weighted by the basal areas of trees. The stand form-height is the mean of the form-heights of all the trees in the stand weighted by their basal areas. Therefore, it is necessary to calculate it according to the ratio estimate formula, when the sample is taken from the actual population, whereas it can easily be estimated as a simple arithmetic mean, the sample taken from the B-Population.

In **Chapter 5**, the procedure for cruising the stand and for estimating its volume by the Bitterlich method was summarized.

It may be most efficient to cruise the stand by a three-men crew equipped by a mirror relascope, a pocket compass and a caliper. The mirror relascope is used for estimating the basal area per hectare and for measuring the form-heights of sample trees and the distances between the estimating points. The systematic sampling method is recommended, for it makes more efficient the distance determination by the mirror

relascope than the random sampling method. The sample trees of which the form-heights are measured are chosen in a systematic manner among the trees counted by WZP. They had better be as few as possible, for the measurement of form-height spends more time than the other work, requiring about two minutes per tree.

The stand volume is estimated by the stand basal area multiplied by the stand form-height. The magnitude of error is calculated by the formulae (5-2) or (5-3) according to the sampling manner of WZP.

When the count numbers and the form-height measurements are classified by diameter classes, we can easily get the stand volume by the diameter classes, the total basal area of each class multiplied by the mean form-height of each class.

For the conclusion of the report, the author emphasized that WZP combined with the direct estimation of the stand form-height was recommended for the purpose of estimating the stand volume, and that WZP might also be available for analysing the stand structure.

付 表

付表(3—1) 大野演習林測定試験地, スギ人工林
における直径分布 (1960年8月)

| 直径階 | 本数 | 直径階 | 本数 |
|------|-----|------|------|
| 12cm | 2 | 34cm | 130 |
| 14 | 23 | 36 | 123 |
| 16 | 71 | 38 | 77 |
| 18 | 123 | 40 | 67 |
| 20 | 156 | 42 | 44 |
| 22 | 171 | 44 | 25 |
| 24 | 186 | 46 | 18 |
| 26 | 187 | 48 | 9 |
| 28 | 192 | 50 | 15 |
| 30 | 190 | 52 | 2 |
| 32 | 170 | 54 | 2 |
| | | 計 | 1983 |

$$G=132.9685\text{m}^2 \quad G(\text{ha})=51.1417\text{m}^2$$

$$\bar{d}=28.20\text{cm}$$

付表(3—3) 模型林分の構成

| 胸高直径 | 本 数 | 胸高直径 | 本 数 |
|------|-----|------|------|
| 10cm | 11 | 32cm | 272 |
| 12 | 22 | 34 | 248 |
| 14 | 39 | 36 | 214 |
| 16 | 62 | 38 | 170 |
| 18 | 92 | 40 | 130 |
| 20 | 130 | 42 | 92 |
| 22 | 170 | 44 | 62 |
| 24 | 214 | 46 | 39 |
| 26 | 248 | 48 | 22 |
| 28 | 272 | 50 | 11 |
| 30 | 280 | 計 | 2800 |

林分面積 $T=4.0\text{ha}$, 林木本数 $Z=2800(700/\text{ha})$
 平均直径 $\bar{d}=30\text{cm}$, 直径変動係数 $Cd=26.7\%$
 林分胸高断面積 $G=210.9276\text{m}^2(52.7319\text{m}^2/\text{ha})$
 備考: 立木位置図は縮尺 1/200 とし, 正方形の方眼紙上に
 上記2800本をランダムに配置した。

付表(3—2) WZP による測定結果 大野演習林測定試験地, スギ人工林

| 標本点 | 1960年 8 月 | | | 1961年 4 月 | | | 標本点 | 1960年 8 月 | | | 1961年 4 月 | | |
|-----|-----------|------|------|-----------|------|------|-----|-----------|------|------|-----------|------|------|
| | 断面積常数 | | | 断面積常数 | | | | 断面積常数 | | | 断面積常数 | | |
| | 1 | 2 | 4 | 1 | 2 | 4 | | 1 | 2 | 4 | 1 | 2 | 4 |
| 1 | | | 12.0 | 29.0 | 19.5 | 12.0 | 17 | 43.0 | 24.0 | 12.5 | 44.0 | 24.0 | 12.0 |
| 2 | | | 10.0 | 33.5 | 15.5 | 11.5 | 18 | | | 12.5 | 49.0 | 25.5 | 12.5 |
| 3 | 44.0 | 25.0 | 13.0 | 45.5 | 25.0 | 13.5 | 19 | 46.0 | 30.0 | 12.0 | 46.0 | 28.5 | 13.5 |
| 4 | | | 6.5 | 33.0 | 18.5 | 7.5 | 20 | | | 11.0 | 31.0 | 16.0 | 8.5 |
| 5 | | 27.5 | 15.5 | 48.0 | 26.5 | 15.5 | 21 | | 26.5 | 11.0 | 45.0 | 23.0 | 10.5 |
| 6 | | | 12.5 | 38.5 | 18.5 | 10.5 | 22 | | | 16.0 | 47.5 | 28.5 | 12.5 |
| 7 | | 23.0 | 12.0 | 45.0 | 24.5 | 11.0 | 23 | | 30.0 | 18.5 | 54.5 | 26.5 | 17.5 |
| 8 | | | 12.5 | 43.0 | 20.5 | 12.0 | 24 | | | 14.0 | 40.0 | 22.0 | 13.0 |
| 9 | 42.5 | 24.5 | 11.5 | 42.5 | 22.5 | 11.0 | 25 | | 20.5 | 11.5 | 35.0 | 18.0 | 10.0 |
| 10 | | | 9.0 | 36.5 | 20.5 | 9.5 | 26 | | | 6.5 | 17.0 | 10.0 | 6.0 |
| 11 | | 19.5 | 11.5 | 36.5 | 18.5 | 10.5 | 27 | 42.0 | 18.5 | 10.5 | 35.5 | 20.0 | 10.5 |
| 12 | | | 14.5 | 38.5 | 21.0 | 14.0 | 28 | | | 15.0 | 47.0 | 25.0 | 14.0 |
| 13 | | 22.0 | 12.0 | 49.0 | 20.5 | 11.5 | 29 | 59.0 | 27.5 | 15.5 | 55.0 | 30.5 | 15.0 |
| 14 | | | 10.5 | 39.0 | 18.5 | 10.0 | 30 | | | 15.5 | 47.0 | 26.0 | 14.0 |
| 15 | | 28.5 | 14.0 | 51.0 | 27.0 | 14.0 | 31 | | 27.0 | 12.0 | 46.5 | 28.0 | 13.0 |
| 16 | | | 14.5 | 48.5 | 27.5 | 15.0 | 32 | | | 12.0 | 36.0 | 25.0 | 12.0 |

付表(4—2) B-Population による形状高標本, 大野演習林測定試験地, スギ人工林

| 胸高直径 | 形状高 | 胸高直径 | 形状高 | 胸高直径 | 形状高 | 胸高直径 | 形状高 | 胸高直径 | 形状高 | 胸高直径 | 形状高 |
|------|------|------|-------|------|-------|------|-------|------|-------|------|-------|
| cm | m | cm | m | cm | m | cm | m | cm | m | cm | m |
| 14.1 | 4.70 | 25.2 | 7.73 | 29.5 | 10.03 | 33.3 | 8.77 | 36.0 | 10.32 | 39.9 | 9.84 |
| 15.4 | 6.06 | 25.4 | 9.06 | 29.7 | 10.40 | 33.3 | 10.66 | 36.1 | 8.06 | 40.3 | 7.92 |
| 15.9 | 5.78 | 25.7 | 8.14 | 30.2 | 7.85 | 33.4 | 8.13 | 36.2 | 8.69 | 40.4 | 9.02 |
| 17.6 | 7.22 | 26.0 | 7.11 | 30.3 | 9.19 | 33.5 | 7.82 | 36.3 | 8.49 | 40.5 | 8.78 |
| 19.0 | 5.13 | 26.6 | 6.56 | 30.4 | 7.64 | 33.5 | 9.16 | 36.3 | 10.04 | 41.3 | 7.71 |
| 19.2 | 6.21 | 26.7 | 8.54 | 30.6 | 10.20 | 33.5 | 8.71 | 36.7 | 9.42 | 41.7 | 10.56 |
| 20.2 | 7.81 | 26.9 | 7.35 | 31.0 | 8.88 | 33.8 | 9.91 | 36.7 | 11.62 | 41.8 | 9.34 |
| 20.9 | 7.66 | 27.0 | 8.01 | 31.4 | 8.58 | 33.8 | 10.03 | 36.8 | 11.04 | 42.5 | 9.07 |
| 21.2 | 7.84 | 27.1 | 6.68 | 31.4 | 9.63 | 33.9 | 8.93 | 36.9 | 9.72 | 43.2 | 9.65 |
| 21.5 | 7.24 | 27.1 | 8.04 | 31.7 | 9.40 | 34.3 | 9.03 | 37.0 | 10.36 | 43.4 | 10.56 |
| 22.1 | 7.37 | 27.3 | 7.46 | 31.8 | 10.39 | 34.4 | 9.40 | 37.6 | 9.27 | 44.2 | 9.28 |
| 22.5 | 6.90 | 27.6 | 7.73 | 31.9 | 9.36 | 35.0 | 9.80 | 37.6 | 9.02 | 45.8 | 9.31 |
| 22.6 | 8.14 | 27.8 | 10.10 | 32.1 | 8.56 | 35.0 | 9.57 | 38.4 | 9.47 | 46.6 | 10.87 |
| 22.8 | 7.14 | 27.9 | 9.67 | 32.1 | 9.20 | 35.0 | 10.03 | 38.6 | 9.37 | 47.1 | 9.98 |
| 22.9 | 7.05 | 28.1 | 10.68 | 32.6 | 8.15 | 35.3 | 9.06 | 38.6 | 10.55 | 47.2 | 8.53 |
| 23.4 | 5.15 | 28.4 | 9.47 | 32.6 | 9.02 | 35.7 | 8.45 | 38.8 | 10.22 | 51.8 | 10.05 |
| 24.0 | 9.04 | 28.7 | 9.38 | 32.8 | 8.96 | 35.7 | 9.64 | 39.2 | 9.80 | | |
| 24.1 | 7.79 | 28.7 | 9.76 | 32.9 | 8.44 | 35.7 | 9.88 | 39.2 | 10.45 | | |
| 24.2 | 7.66 | 28.8 | 9.70 | 33.0 | 8.14 | 35.9 | 9.93 | 39.3 | 11.79 | | |
| 24.5 | 7.19 | 29.4 | 7.64 | 33.0 | 10.45 | 36.0 | 9.84 | 39.8 | 9.02 | | |

付表(4-1) 形状高曲線資料
大野演習林測定試験地 (スギ人工林)
(Spiegel-Relaskop, 1960)

| 番号 | 胸高直径階 (d _b) | 本数(n) | 平均形状高 (α) |
|----|-------------------------|-------|-----------|
| 1 | 16cm | 1 | 7.28m |
| 2 | 18 | 9 | 6.85 |
| 3 | 20 | 6 | 7.76 |
| 4 | 22 | 9 | 7.70 |
| 5 | 24 | 13 | 8.44 |
| 6 | 26 | 9 | 8.97 |
| 7 | 28 | 18 | 9.34 |
| 8 | 30 | 16 | 9.66 |
| 9 | 32 | 15 | 9.93 |
| 10 | 34 | 18 | 9.47 |
| 11 | 36 | 16 | 10.10 |
| 12 | 38 | 10 | 10.23 |
| 13 | 40 | 5 | 10.41 |
| 14 | 42 | 5 | 9.68 |
| 15 | 44 | 3 | 10.68 |
| 16 | 46 | 1 | 11.90 |
| 17 | 48 | 5 | 10.45 |
| 18 | 50 | 1 | 11.53 |
| 計 | — | 160 | — |

付表(5-2) ビッターリッヒ法による
林分材積調査の所要時間
大野演習林測定試験地 (1961年4月)

| 標本番号 | 所要時間 | | | 標本番号 | 所要時間 | | |
|------|-----------------|-----------|-----|------|-----------------|-----------|----|
| | カウンティン グ直径測定 | 形状高 測定 | 計 | | カウンティン グ直径測定 | 形状高 測定 | 計 |
| 1 | 14分 | 7分 | 21分 | 17 | 7 | 6 | 13 |
| 2 | 13 | 10 | 23 | 18 | 6 | 6 | 12 |
| 3 | 9 | 6 | 15 | 19 | 5 | 8 | 13 |
| 4 | 5 | 3 | 8 | 20 | 5 | 4 | 9 |
| 5 | 3 | 11 | 14 | 21 | 5 | 5 | 10 |
| 6 | 5 | 6 | 11 | 22 | 8 | 6 | 14 |
| 7 | 7 | 6 | 13 | 23 | 8 | 11 | 19 |
| 8 | — | — | — | 24 | 5 | 6 | 11 |
| 9 | 6 | 7 | 13 | 25 | 6 | 6 | 12 |
| 10 | 6 | 8 | 14 | 26 | 4 | 1 | 5 |
| 11 | 6 | 7 | 13 | 27 | 4 | 5 | 9 |
| 12 | 6 | 7 | 13 | 28 | 7 | 7 | 14 |
| 13 | 6 | 5 | 11 | 29 | 7 | 8 | 15 |
| 14 | 4 | 5 | 9 | 30 | 6 | 9 | 15 |
| 15 | 9 | 10 | 19 | 31 | 6 | 5 | 11 |
| 16 | 8 | 6 | 14 | 32 | 6 | 6 | 12 |

注 カウンティングおよび直径測定は、測者Aおよび補助者Cにより、平行して行なわれた。

付表(5-1) 直径級別カウント数
大野演習林測定試験地, k4 (1961年4月)

| 標本番号 | 直径級別カウント数 | | | | 標本番号 | 直径級別カウント数 | | | |
|------|-----------|-----|-----|------|------|-----------|-------|------|-------|
| | 小径級 | 中径級 | 大径級 | 計 | | 小径級 | 中径級 | 大径級 | 計 |
| 1 | 1 | 9 | 2 | 12 | 18 | 2 | 5.5 | 5 | 12.5 |
| 2 | 7.5 | 4 | 0 | 11.5 | 19 | 0 | 12.5 | 1 | 13.5 |
| 3 | 1 | 9.5 | 3 | 13.5 | 20 | 3.5 | 5 | 0 | 8.5 |
| 4 | 0 | 5.5 | 2 | 7.5 | 21 | 2 | 8.5 | 0 | 10.5 |
| 5 | 1.5 | 12 | 2 | 15.5 | 22 | 0.5 | 9.5 | 2.5 | 12.5 |
| 6 | 2 | 7.5 | 1 | 10.5 | 23 | 0 | 15 | 2.5 | 17.5 |
| 7 | 7.5 | 3.5 | 0 | 11 | 24 | 0 | 5.5 | 7.5 | 13 |
| 8 | 6.5 | 5.5 | 0 | 12 | 25 | 1 | 4.5 | 4.5 | 10 |
| 9 | 0 | 7 | 4 | 11 | 26 | 0 | 1.5 | 4.5 | 6 |
| 10 | 1 | 4.5 | 4 | 9.5 | 27 | 0 | 8.5 | 2 | 10.5 |
| 11 | 0.5 | 10 | 0 | 10.5 | 28 | 1 | 9 | 4 | 14 |
| 12 | 1 | 10 | 3 | 14 | 29 | 4.5 | 8.5 | 1 | 14 |
| 13 | 1 | 7.5 | 3 | 11.5 | 30 | 6.5 | 7.5 | 0 | 14 |
| 14 | 0 | 8 | 2 | 10 | 31 | 1.5 | 10 | 1.5 | 13 |
| 15 | 11.5 | 2.5 | 0 | 14 | 32 | 1 | 4.5 | 6.5 | 12 |
| 16 | 2 | 13 | 0 | 15 | | | | | |
| 17 | 0 | 3.5 | 8.5 | 12 | 計 | 67.5 | 233.0 | 77.0 | 382.5 |

備考 小径級26cm未満 中径級26cm~38cm 大径級40cm以上