

十二平均律に於ける音楽和音の音響学的研究

杉原 雅・三村泰一郎・塩崎 雅央

The acoustic study of musical chords in twelve equal temperament
MIYABI SUGIHARA, TAICHRÔ MIMURA and MASAHIRO SHIOZAKI

I 概 要

真空管発振器により十二平均律で規定する振動数を有する音波を出し、種々の音程の2音を組合せて波形を調べた。不協和音の二度は唸りが著しく、七度、増四度、減五度は波形が動揺的である。三度は唸りがあるがその数が相当に多く耳障りのする程度の唸りではない。完全四度、完全五度となれば唸りの感じが消えて居る。六度は唸りの感じは消えるが多少動揺的である。尚ほ三和音や之を四声に配置した場合の波形も調べ且つ倍音を考慮して音楽で知られて居る数個の事柄が大体説明がつい

た。十二平均律を純正調と比較するにその音程が僅かの違いであるから波形の上では殆ど区別が出来ない。然し実際の楽器では倍音を相当多く含むからそれが耳で聞く場合の和音に影響を与えることは必定であろう。

II 参 考 資 料

十二平均律は周知の如く1オクターブを12個の半音に等分しその半音は振動数の比で表わされた音程では $12\sqrt[12]{2}=1.06046$ (七桁の対数表による)である。c調についての1オクターブの音階をI表に示す。I表では純正調と比較するために純正調の音程をも附記し且つ純

純 正 調				十 二 平 均 律				純正調に対する 十二平均律の誤差
音 名	音 程			音 名	音 程			セ ン ト
	振動数の比	小数へ換算	セント		振動数の比	小数へ換算	セント	
c	1	1.00000	0	c	1	1.00000	0	0
d	$\frac{9}{8}$	1.12500	204	d	$(12\sqrt[12]{2})^2$	1.12246	200	-4
\overline{es}	$\frac{6}{5}$	1.20000	316	es	$(\prime)^3$	1.18921	300	-16
\underline{e}	$\frac{5}{4}$	1.25000	386	e	$(\prime)^4$	1.25992	400	+14
f	$\frac{4}{3}$	1.33333	498	f	$(\prime)^5$	1.33484	500	+2
g	$\frac{3}{2}$	1.50000	702	g	$(\prime)^7$	1.49831	700	-2
\overline{as}	$\frac{8}{5}$	1.60000	814	as	$(\prime)^8$	1.58740	800	-14
\underline{a}	$\frac{5}{3}$	1.66667	884	a	$(\prime)^9$	1.68179	900	+16
\overline{b}	$\frac{9}{5}$	1.80000	1018	b	$(\prime)^{10}$	1.78179	1000	-18
\underline{h}	$\frac{15}{8}$	1.87500	1088	h	$(\prime)^{11}$	1.88775	1100	+12
c'	2	2.00000	1200	c'	$(\prime)^{12}$	2.00000	1200	0

I 表

正調との誤差をエリスのセント¹⁾で示した。I表を見れば誤差の最大は-18で十二平均律が純正調より最大の所で18セント中が狭い。完全四度及び完全五度の誤差は小さいが三度及び六度の誤差が大きい。よい耳で聞き分けられる音程は音の高さにより異なるが大略10セント程度であろうと思われるから十二平均律は純正調の代用品としては不十分である。特に三度六度の誤差が大きいことは和声的音楽には不向である。aを440振動/秒として

純正調		十二平均律		幹音につき純正調に対する十二平均律の誤差、振動数/秒
音名	振動数/秒	音名	振動数/秒	
H	247.5	H	246.9	-0.6
Ces	253.5			
His	257.8			
c	264	c	261.6	-2.4
cis	275	cis, des	277.2	
des	285.1			
d	297	d	293.7	-3.3
dis	309.4	dis, es	311.1	
es	316.8			
e	330	e	329.6	-0.4
fes	337.9			
eis	343.8			
f	352	f	349.2	-2.8
fis	366.7	fis, ges	370.0	
ges	380.2			
g	396	g	392.0	-4
gis	412.5	gis, as	415.3	
as	422.4			
a	440	a	440	0
ais	458.3	ais, b	466.2	
b	475.2			
h	495	h	493.9	-1.1
ces	506.9			
his	515.6			
c'	528	c'	523.3	-4.7

II 表

c調の各音の振動数を計算すればII表の如くである。II表には比較のために純正調の各音の振動数を附記した。純正調ではcの半音階的半音上ったcisとdの半音階的半音下ったdesとは明確な相違があるが十二平均律ではcisとdesは異名同音である。幹音のみについて純正調に対する十二平均律の誤差を求めれば十二平均律の方が振動数が僅か小さい。

III 実験方法

数個の真空管発振装置により1図に示す如き単純音を種々の高さで発せしめ音程の異なる2音又は3音乃至4音を同時にマイクロフォンに受け陰極線オシロスコープ²⁾



1 図 により波形を撮影した。写真には時間軸が入れてないが同じ図に就ては同一時間軸である。

IV 実験結果及びその考察

II表に示す如く純正調と十二平均律は振動数が僅かの違いである。和音の波形上は両者共見分けられる程の相違がない³⁾。2図は自然長音階の主音をcに取りcに対し1オクターブ内の各音を組合した場合の波形である。長二度は不協和音で明らかに唸りの波形であり短二度も同様唸りの波形である。長三度及び短三度は唸りの波形であるが唸りの数が多くなり唸りを余り気にしなくてもよい程度の響きで不完全協和音である。完全四度は更に唸りの数が多く唸りを感じなくなり気持ちのよい響きで完全協和音である。増四度は完全四度と似た波形であるが稍動揺的(安定な落着のない意味で波形の振巾の小さい波が一直線上になく上下に揺れて居る)である。之は不協和音と云われる。完全五度は唸りを感じずして心地のよい響きで完全協和音である。長六度及び短六度は稍動揺的であるが唸りの感じは全くない。之は不完全協和音と云われる。長七度及び短七度は極めて動揺的で安定感がない。之は不協和音である。完全八度は整然とした波形で完全協和音と云われ協和が良過ぎて1音の如き感じである。3図は自然短音階についての波形でその説明は自然長音階の場合と同様である。3図にある減五度は十二平均律では増四度と同じである。純正調では明らかに区別がある。即ち増四度は(f h)で音程は振動数の比では $\frac{45}{32}$ 、590セントであるが減五度は(h f)で音程は $\frac{64}{45}$ 、610セントである。増四度は減五度より音程が少し小さい。4図は半音階的音程を示したが十二平均律では夫々次に示す如く()内の音程と同じである。即ち増一度(短二度)、増二度(短三度)、減三度(長二度)、減四度(長三度)、増五度(短六度)、増六度(短七度)、減七度(長六度)。純正調では半音階的音程は総て不協和音であるが十二平均律では増一度、減三度、増六度は不協和音

であるが他は音響学的には不協和音ではない。

5 図及び 6 図は夫々長三和音の原和音とその転回和音及び短三和音の原和音とその転回和音を示す。何れも原和音は整った波形(週期性が簡単である意味)であるが、転回和音は稍粗雑な波形(週期性が稍簡単でない)である。音楽的に云えば原和音は安定した個性があるが転回和音はその個性がぼやけて居る。7 図は減三和音と増三和音であって長三和音及び短三和音に比すれば波形が幾分乱れて居るように思われるが此図だけでは確答が出来ない。音楽では此 2 個の和音は不協和和音である。8 図は属七の和音で 1 は短七度を用いた普通の属七であり、2 は自然七度(十二平均律では存在しないから g の 392.0 振動/秒に $\frac{7}{4}$ を乗じて $f_0' = 686$ 振動/秒を算出した)を用いた属七で波形上は両者共殆ど変りがないが普通の属七の方が幾分動揺的であるように思われる。9 図は 9' 図示す如き四声配置の三和音の波形である。バスに於て 1, 4, 7 は根音の重複であり、2, 5, 8 は第三音の、3, 6, 9 は第五音の重複である。第三音を重複した波形は稍動揺的であり長三和音では一般に第三音の重複はしない方がよいと云われて居る。長調の主三和音は根音の重複が一番よく次が第五音の重複がよいとされて居る。一般に原和音は安定感があり、転回和音は安定感に乏しい。波形の上からは明確に区別出来にくいが原和音に対し転回和音は稍動揺的であるように思われる。十二平均律は純正調の代用品であるから厳密には倍音関係が成立しないけれども此関係の外れ方は僅少である。それ故 9' 図の四声配置の 4 個の音の倍音関係を近似的に示せば III 表の通りである。III 表から原和音の倍音関係は 4 音の内 3 音又

9 図及 9' 図の番号	三和音名	倍音の倍数
1	原和音	1 2 3
2	六の和音	1 2
3	四六の和音	1 2
4	原和音	1 3 4
5	六の和音	1 2
6	四六の和音	1 2
7	原和音	1 3 4 5
8	六の和音	1 4
9	四六の和音	1 2

III 表

は 4 音まで、転回和音は 4 音の内 2 音までであるから原和音の方が転回和音よりも協和程度が優れて居ると云える。又 3 種の原和音を見るに 7 は 4 音共倍音関係にある

から波形は 1, 4 に比してよく整って居る。換言すれば協和が良過ぎて頼りなく物足らない。1 と 4 は 3 音まで倍音関係にあるが 4 は根音 4 倍音としてソプラノに来て居り、倍音関係にない音がテナーにある。然るに 1 は 3 倍音まで倍音関係にない音がアルトにある。4 は根音に対し 3, 4 倍音がアルトとソプラノにあって上の 2 つの声部でバスの根音を支えて居るので極めて安定感が強いが 1 は稍安定感が劣るものと考えられる。本研究は単純音につき論じて居るが実際の楽器は複合音であるから上位の倍音間の関係が複雑で和音の響きにそれが影響する。従って本研究が直に実際の楽器が発する音に正確に当嵌るとは云えないけれども大要を把むことは出来よう。10 図は 10' 図に示す如き主三和音を四声に配置した開離位置の波形である。1 の c, c' は 1, 4 倍音の関係で G, e は倍音ではない。波形は比較的整い、よい響きである。2 の C, c, g, e' は 1, 2, 3, 5 倍音の関係で比較的単調な波形で協和が良過ぎて物足らない感じがある。

11 図は 11' 図に示された和音の波形であり、又 IV 表は

終止の種類	11 図及 11' 図の番号	和音	倍音の倍数
充分完全終止	1	V	1 2
	2	I	1 3 4
不充分完全終止	3	V	1 2 3
	4	I	1 3 4 5
半終止	5	IV	1 2 3
	6	V	1 2
変格終止	7	IV	1 2 3
	8	I	1 3 4
阻害終止	9	V	1 2
	10	vi	1 2

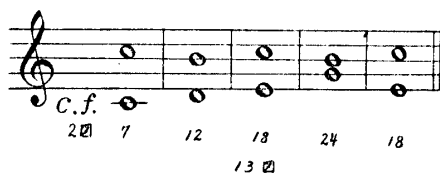
IV 表

11 図に示された 4 音の倍音関係である。11 図の充分完全終止の 1 と 2 は似た様な波形で波形の上からは明確なことは云えないから倍音関係に就いて検討してみる。1 の G, g は 1, 2 倍音であり d, h は倍音関係にない。然るに 2 の C, g, c' は 1, 3, 4 倍音で e は倍音関係にない。一般に倍音関係に乏しい和音は安定感が悪い。従って 1 から 2 え移った場合 2 は上述した如く安定感が極めて優れて居るから満足な終止感を与える。不充分完全終止には色々あるが本研究では転回和音を用いる場合を除いて主三和音の第三音がソプラノに来て居る場合だけを示した。波形は 3 よりも 4 の方が整って居る。倍音関係で云えば 3 は 1, 2, 3 倍音であり 4 は 1, 3, 4, 5 倍音である。

4は先に述べた如く調和が取れすぎて物足りない和音であるから和音が3から4へ移っても満足な終止感にならない。半終止は波形が5よりも6の方が幾分乱れて居る。倍音関係では5は1, 2, 3倍音であるが6は1, 2倍音であるから和音は6が5よりも劣る。従って満足な終止感を起さない。変格終止の7は5と同様の倍音の入り方であり、8は2と同様の倍音が入って居る。何れも4音中3音が倍音関係にあるから7の音波を聞いて8の音波を聞く場合同じ様な協和度である。従って物足りない感もあり場合によっては之で終止させることも可能である。両波形とも似たような程度である。阻害終止又は詐偽終止(一例としてV→viを挙げた)の9, 10共に似通った波形であって倍音関係は両者共1, 2倍音であり何れも安定感がない。音楽では9は主要和音であるが10は主要和音でないことも考慮して満足な終止感を与えないと思われる。充分完全終止以外は曲の途中に用いる。

12図は12'図に示される所の連続八度と連続五度の和音の波形であって1と2はよく似て居り3と4もよく似て居る。倍音関係を見るに1は1, 3, 4倍音でeは倍音関係外であり、2は1, 2, 4倍音でaは倍音関係外である。外声は何れも1, 4倍で同じ関係であるから波形も似て居る。又3は1, 2, 3倍音でaは倍音関係外であり4は1, 3倍音でdとhが倍音関係外である。何れも外声が同じ関係にあるから波形も似て居る。従って和音が1から2へ、又3から4へ移っても変り栄がしないから和音としては好ましくない。二声の場合例えば連続五度は2図の4, 11, 17, 22に見る如く類似の波形であるから仮に17から22に変わっても響には変り栄がない。連続八度は2図7(c c')に見る如き波形がd d', e e'等にも見られると思われるから之も変り栄がない。

二声部第一類の対位法につき例えば13図の如きものな



らばその波形は譜の下に附記した2図の番号7, 12, 18, 24, 18に示されてある。第1小節から第2小節への移りは変り栄があるが第2小節から第3小節への移りは変り栄がなく第3小節から第4小節への移りは大きな変り栄が見られる。第4小節から第5小節への移りは第3小節から第4小節への移りの逆であるから変り栄が大きい。

V 和声に対する見解

(i) 和声の眼目

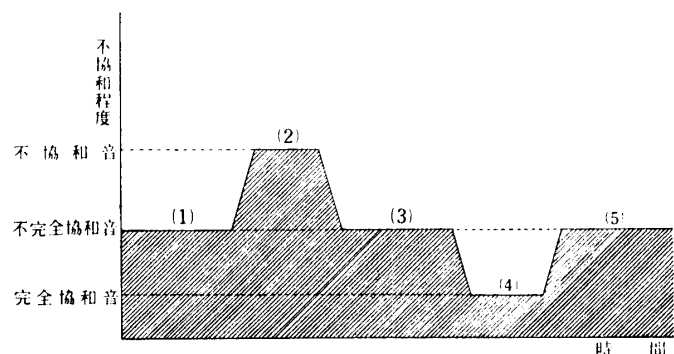
音響学的見地から考えて2音の和音につき同音は音が強められるだけであり、完全八度は高い方が低い方の再現と考えられ低い方の音が強められただけで新しい響としての感じがない(2図7)。完全五度は始めてその成分たる元の2音とは別の響きを持つが完全八度に類似した波形で完全八度に次で調和がよい。(2図4, 11, 17, 22)。完全四度は完全五度に似た波形であるが幾分粗雑な感じがする。然し完全五度に次で調和がよい(2図3, 10, 16, 25)。長三度, 短三度は唸りの要素が多分に加わり新しい響きを与えるので和声としては最も重要なものである(2図2, 9, 15, 20, 24, 27)。長六度, 短六度は唸りの感じはなく新しい響きを与え之も和声上重要なものである(2図5, 12, 18)。要するに長短の三度, 六度が和音を成立せしめるに必須の要素であり完全四度, 五度は同音又は完全八度に近いもので余り調和が良過ぎて新しい響きとしては三度, 六度より遙かに劣る。

(ii) 連続八度, 連続五度

二声の連続八度及び連続五度は協和が良過ぎて同音の如き或はそれに近い感じを与え和声として新しい響を作り出さない。従って和声としての効果が極めて淡く斉唱又はそれに近い感じを与える。和声で連続八度, 連続五度が禁ぜられるのは和声としての効果が殆どないためである。

(iii) 対位法に於ける完全四度, 完全五度

対位法では完全四度は不協和音扱をして居る。音響学的には完全四度は完全五度に次いで協和がよい。然るに之を不協和音扱をする所以を考察するに之は協和が良過ぎて音楽で云う和音を楽しむには斉唱に近い感じを与えるから和音としての性格が淡らぐ。今不協和音につき考えるに全音階的音階では不協和音は長短の二度, 七度, 増四度, 減五度であって之は音響学的にも不協和音であ



14 図

る。14図に示す不協和程度と時間との関係に於て不完全協和音(長短の三度, 六度)(1)の次に不協和音(2)が来れば不協和程度が高まり不快な響きとなるから直ぐ次に不完全協和音(3)をおく、之が不協和音の解決である。(3)の

次に完全四度を用いれば14図の(4)の如く協和が良過ぎて物足りない。それ故直ぐ次に不完全協和音(5)を置く、完全四度は不協和音ではないがその取扱が不協和音の取扱と同じである。

完全五度は完全八度に次いで協和が良いが之を完全四度と同様に扱おうとすれば和音が単調になる。即ち完全協和音として完全一度と八度だけで音階の両端だけがあって中間がなくなる。それ故完全五度は完全協和音として残す。然し完全五度も時に六度躊躇音として六度に解決されることがある。15図はその例であって、完全五度が

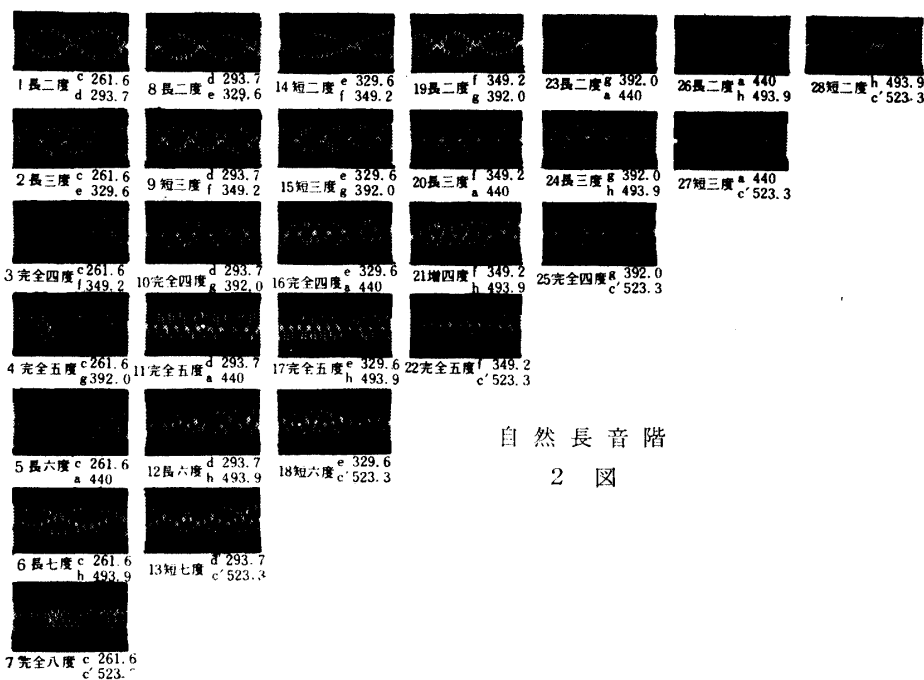


15 図

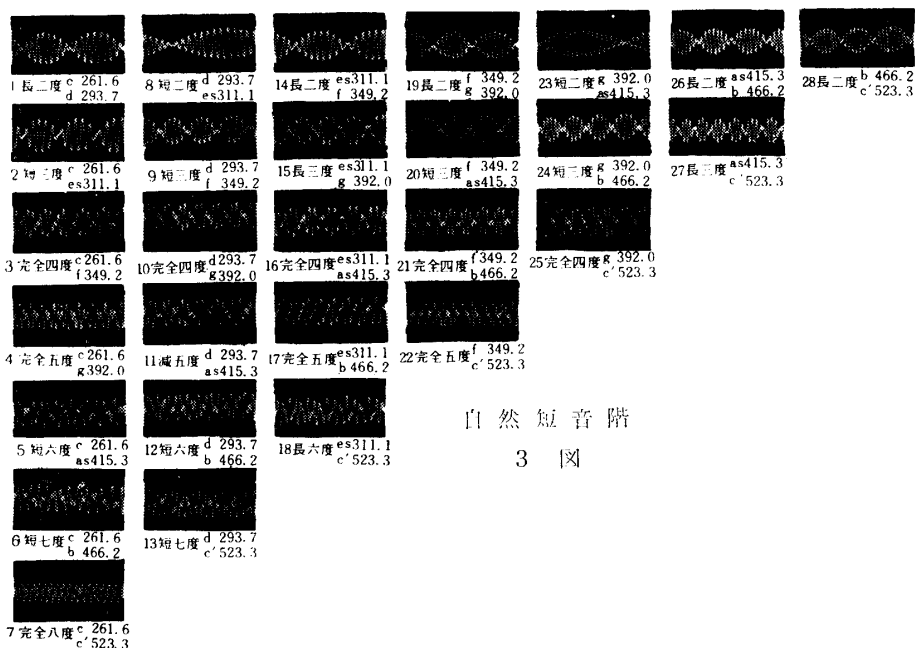
協和が良過ぎて和声としての性格が淡らぐから之を六度の不完全協和音え解決する。之は完全四度の取扱と同じである。

文 献

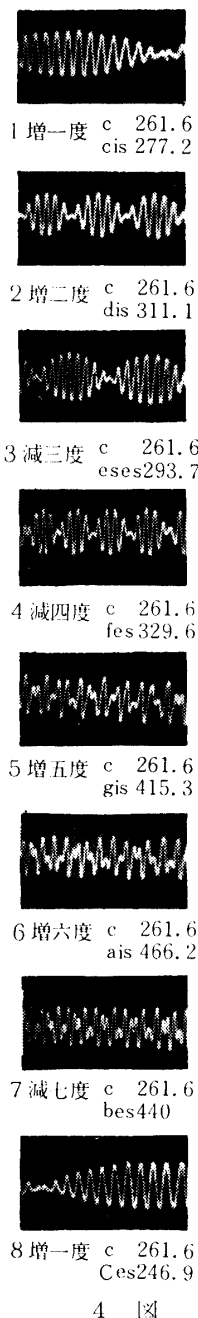
- 1) 杉原雅, 三村泰一郎, 西京大学学術報告 (理学及家政学), 第2巻第3号3 (1956)
- 2) 三村泰一郎, 西京大学学術報告 (理学及家政学), 第2巻第2号6 (1956)
- 3) 杉原雅, 三村泰一郎, 塩崎雅央, 西京大学学術報告 (理学及家政学), 第2巻第5号113(1958)
(1959年3月3日受理)



自然長音階
2 図

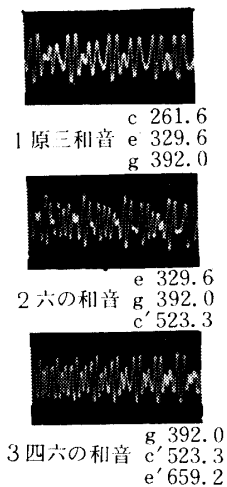


自然短音階
3 図



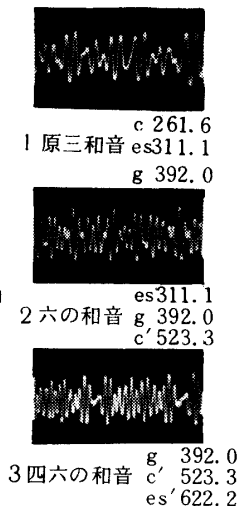
4 図

長三和音



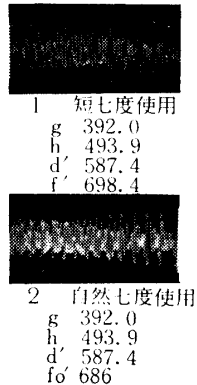
5 図

短三和音

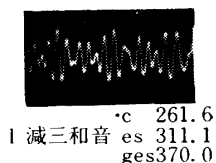


6 図

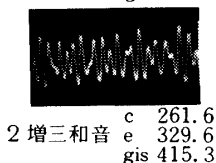
属七の和音

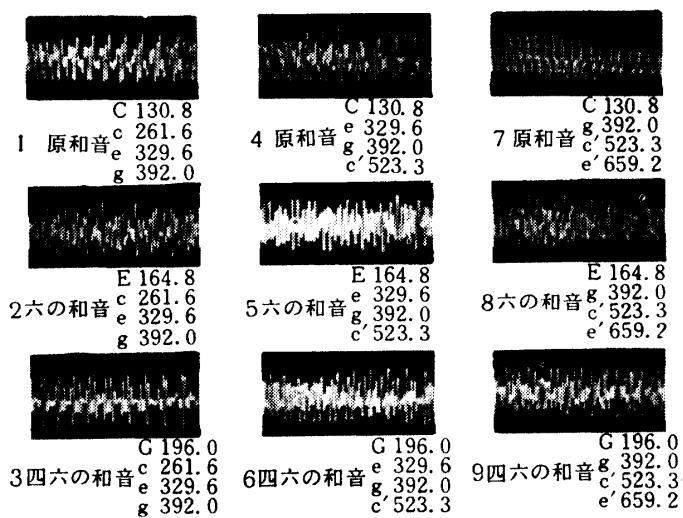


8 図

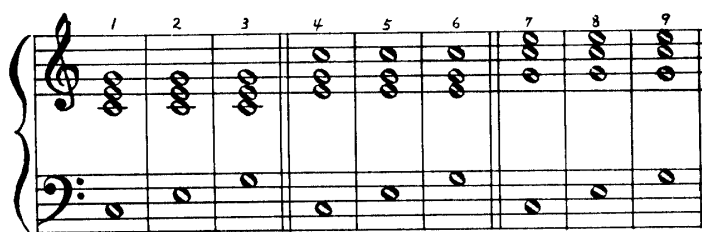


7 図

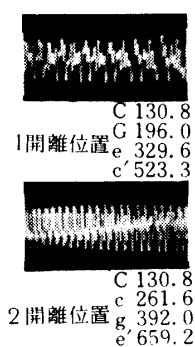




9 図



9' 図



10 図



10' 図



充分完全終止

G 196.0	C 130.8
1 d 293.7	2 e 329.6
g 392.0	g' 392.0
h 493.9	c' 523.3



不充分完全終止

G 196.0	C 130.8
3 g 392.0	4 g' 392.0
h 493.9	c' 523.3
d' 587.4	e' 659.2



半終止

F 174.6	G 196.0
5 f 349.2	6 d 293.7
a 440.0	g 392.0
c' 523.3	h 493.9



変格終止

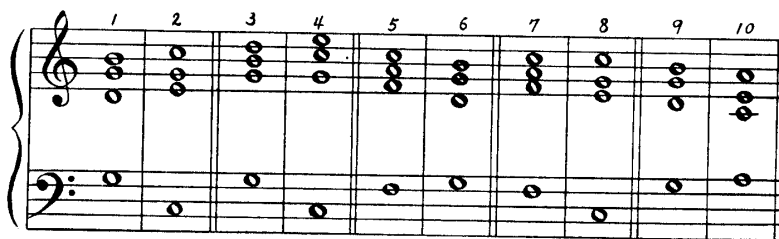
F 174.6	C 130.8
7 f 349.2	8 e 329.6
a 440.0	g' 392.0
c' 523.3	c' 523.3



阻害終止

G 196.0	A 220.0
9 d 293.7	c 261.6
g 392.0	e 329.6
h 493.9	a 440.0

11 図



11' 図



連続八度

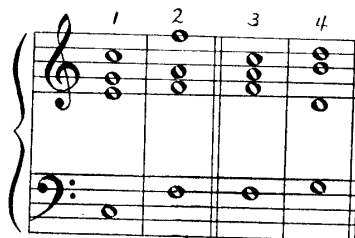
C 130.8	F 174.6
1 e 329.6	2 f 349.2
g 392.0	a 440.0
c' 523.3	f' 698.4



連続五度

F 174.6	G 196.0
3 f 349.2	4 d 293.7
a 440.0	h 493.9
c' 523.3	d' 587.4

12 図



12' 図